



Aaron Kadima Lukanu Lwa Nzambi

**INFLUÊNCIA DA ARMADURA DE FLEXÃO NA RESISTÊNCIA
DE LAJES NERVURADAS COM VIGA FAIXA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação Orientada pelo Professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Coorientada pela Professora Nívea Gabriela Benevides de Albuquerque

Belém – Pará – Brasil

2020

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Aaron Kadima Lukanu Lwa Nzambi

**Influência da armadura de flexão na resistência de lajes
nervuradas com viga faixa**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém
Setembro de 2020

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Aaron Kadima Lukanu Lwa Nzambi

TÍTULO: Influência da armadura de flexão na resistência de lajes nervuradas com viga faixa.

GRAU: Mestre ANO: 2020

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Aaron Kadima Lukanu Lwa Nzambi.
Vila Augusta, nº 57 C. Batista Campos.
66.035-040 Belém – PA – Brasil.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)

K11i Kadima Lukanu Lwa Nzambi, Aaron
Influência da armadura de flexão na resistência de lajes
nervuradas com viga faixa / Aaron Kadima Lukanu Lwa
Nzambi. — 2020.
xxii, 72 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de
Oliveira

Coorientação: Prof^ª. Dra. Nívea Gabriela Benevides de
Albuquerque

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade
Federal do Pará, Belém, 2020.

1. Laje lisa nervurada. 2. Análise computacional. 3.
Puncionamento. 4. Viga faixa. I. Título.

CDD 624.18341



INFLUÊNCIA DA ARMADURA DE FLEXÃO NA RESISTÊNCIA DE LAJES NERVURADAS COM VIGA FAIXA

AUTOR:

AARON KADIMA LUKANU LWA NZAMBI

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 02 / 09 / 2020.

BANCA EXAMINADORA:

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Denio Ramam', written over a horizontal line.

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Orientador (UFPA)

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Ricardo José Carvalho Silva', written over a horizontal line.

Prof. Dr. Ricardo José Carvalho Silva
Membro Externo (UVA)

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Alcebíades Negrão Macêdo', written over a horizontal line.

Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macêdo
Membro Interno (UFPA)

Visto:

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Marcelo de Souza Picanço', written over a horizontal line.

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Aaron Kadima Lukanu Lwa Nzambi

**Influência da armadura de flexão na resistência de lajes
nervuradas com viga faixa**

Defesa de Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Orientador
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macedo
Examinador Interno
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Ricardo José Carvalho Silva
Examinador Externo
Faculdade de Engenharia Civil – UVA/CE

Belém
Belém, 02 de Setembro de 2020.

“O erro não anula o valor do esforço alcançado”.
(Provérbio africano)

A meus pais Pierre Kadima Lukanu e H  l  ne Nsunda Pedoso, meus irmãos Gauthier Kadima, Beny Kadima, Divin Kadima, Jeancy Buanza e minhas irmãs Hollande Kadima e Divine Kadima, pelo apoio que sempre recebi, muitas vezes tentando desistir, mas vocês foram meus combustíveis da persistência. A vocês dedico este trabalho em reconhecimento a todo suporte e incentivo que sempre me deram.

A minha irmã Kaddy Kadima (*in memorian*), pelos saudosos momentos que compartilhamos juntos.

E finalmente, a Deus que, com sua graça e bondade, nunca me deixou!

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, pelas contribuições e apoio que sempre me deu desde a graduação ao desenvolvimento desta pesquisa, despertando em mim o gosto pela pesquisa;

À minha coorientadora, professora Nívea Gabriela Benevides de Albuquerque por ter aceita me coorientar com sua ampla experiência nessa linha de pesquisa;

Ao Grupo de Análise Experimental em Estruturas e Materiais – GAEMA, pelo excelente ambiente de trabalho e amizade, especialmente aos Professores Bernardo Pompeu, Bernardo Moraes, Alcebíades Macêdo, Amaury Aguiar, Marcelo Picanço, aos amigos Jeandry Bule, José Caetano Leonardo Júnior, João Carlos Lisboa, Paulo Motta, Maurílio Pimentel, Denisson Braun, Vander Melo, Joel Martins, Estevão Cunha, Paulo Victor, Leonardo Duarte;

Aos meus professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) pelos ensinamentos que me foram passados com atenção e segurança durante esses dois anos do curso;

À Universidade Federal do Pará que ao longo da minha formação ofereceu um ambiente de estudo agradável, motivador e repleto de oportunidades;

Ao CNPq e à CAPES, ao CNPq pela bolsa de mestrado e a ambos pelo auxílio financeiro para a realização desta e outras pesquisas desta natureza na Região Norte do Brasil;

Aos meus amigos estrangeiros do PEC-G: Beny Kadima, Fabrice Kazadi, Philippe Lukume, Jeancy Kubata, Hanse Kasongo, Joseph Kapinga, Patrick Handja, Patrick Kayembe, Nathan Ngangu, Junior Mangala, Steve Ataky, Sarah Kibinda, Clovis Bule, Rubens Okamba, Jerome Rajah, Duterval Jesuka, David Figueroa, Dominick Pinnock, Israël hounsou, pelo compartilhamento de experiência e convivência;

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho, especialmente aos senhores, José Luiz da Silva Gondim, Flávio Nassar, Marcelo Galvão, Jean Michel Lafon e à secretária do PPGEC, Sanny Assis.

NZAMBI, AARON K. L. L. Influência da armadura de flexão na resistência de lajes nervuradas com viga faixa. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 2020.

RESUMO

As normas de projetos divergem na formulação e na participação dos fatores influentes na resistência à punção das lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento. Nesse aspecto, foi um feito estudo computacional em lajes nervuradas com viga faixa comparando suas resistências à flexão obtidas através do método das linhas de ruptura e da teoria de fissura crítica as quais indicaram mesmo comportamento às de lajes lisas sem armadura de cisalhamento. Assim, foi analisada a influência de esbeltez das lajes sob ação do efeito de arco no caso de punção em lajes bidirecionais através dos ensaios experimentais encontrados na literatura. Os resultados mostraram que há influência considerável do índice de esbeltez (i_s) para as previsões da resistência de cálculo ao puncionamento dos modelos analíticos da ACI 318 (ACI, 2019), EC2 (CEN, 2010) e NBR 6118 (ABNT, 2014). No caso das lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, a utilização desse índice influenciou bastante nos resultados e melhorou as previsões normativas, reduzindo sua dispersão em até 9%. Também, conclui-se que a teoria de fissura crítica e a teoria das linhas de ruptura são válidas para as lajes nervuradas com viga faixa no comportamento da flexão.

Palavras-Chaves

Laje lisa nervurada, Análise computacional, Puncionamento, Viga faixa.

NZAMBI, AARON K. L. L. Influence of bending reinforcement on resistance of ribbed slabs with wide beams. Master's thesis, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 2020.

ABSTRACT

The design norms diverge in the formulation and participation of the influential factors in the flexural strength of reinforced concrete slabs without shear reinforcement. In this aspect, a computational study was done with ribbed slabs with beam band by comparing their flexural strengths obtained by the rupture line method and by the critical cracking theory which indicated the same behavior as for smooth slabs without shear reinforcement. Thus, the influence of slab thickness under the effect of the arc was analyzed in the case of punching in bidirectional slabs through the experimental tests found in the literature. The results showed that there is a considerable influence of the slenderness index (i_s) for the predictions of the punching design in the analytical models of ACI 318 (ACI, 2019), EC2 (CEN, 2010) and NBR 6118 (ABNT, 2014). In the case of reinforced concrete slabs without shear reinforcement, the use of this index greatly influenced the results and improved the normative predictions, reducing their dispersion by up to 9%. Also, it is concluded that the theory of critical cracking and the fracture lines would be valid for ribbed slabs with banded beam in the bending behavior.

Key words

Ribbed flat slab, Computational analysis, Punching, Wide beam.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Considerações Iniciais	1
1.2.	Justificativa	2
1.3.	Objetivos	3
1.3.1.	Objetivo Geral	3
1.3.2.	Objetivos Específicos	3
1.4.	Apresentação do trabalho	4
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1.	Considerações iniciais	5
2.2.	Conceito de punção	5
2.3.	Critérios de ruptura	7
2.3.1.	Mecanismo de resistência	7
2.3.2.	Critério de ruptura proposto por MUTTONI (2008)	11
2.3.3.	Hipótese da medição da rotação	13
2.4.	A geometria equivalente no comportamento à flexão	14
2.5.	A resistência de flexão	16
2.6.	Momento de curvatura	16
2.7.	Diferença de rigidez em lajes nervuradas com e sem VF	17
2.8.	Classificação do modo de ruptura	18
2.9.	Contribuição da armadura de flexão na resistência à punção	19
2.10.	Punção com o Método de Elementos Finitos (MEF)	20
2.11.	Trabalhos realizados sobre lajes com viga faixa	21
2.11.1.	Lau & Clark (2007)	21
2.11.2.	Shuraim & Al-Negheimish (2012)	22
2.11.3.	Abdelsalam (2017)	22
2.11.4.	Sarcramento <i>et al.</i> (2018)	23
3.	ANÁLISE COMPUTACIONAL	25
3.1.	Considerações Iniciais	25
3.2.	Análise não-linear	25
3.2.1.	Configuração do modelo	25
3.2.2.	Segurança global	27
3.3.	Análise linear	28

3.4.	Resultados da análise computacional	28
3.4.1.	Deslocamentos verticais e deformações com <i>ABAQUS</i>	28
3.4.2.	Distribuição dos momentos fletores e tensões normais pelo <i>SAP2000</i>	29
3.5.	Análise dos resultados	30
3.5.1.	Influência da taxa de armadura na rotação de acordo com a TFC	30
3.5.2.	Comparações com os modelos analíticos	31
3.5.3.	Influência da viga faixa e das nervuras na resistência ao cisalhamento	33
3.5.4.	Resistência à flexão	34
3.5.5.	Análise da resistência à flexão	36
4.	ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO	37
4.1.	Considerações Iniciais	37
4.2.	Banco de dados	37
4.3.	Análise dos resultados do banco de dados	38
4.4.	Comparação dos resultados com os parâmetros	40
4.5.	Avaliação da variabilidade dos parâmetros analisados	42
4.5.1.	Taxa de amadura (ρ)	42
4.5.2.	Resistência à compressão (f_c)	43
4.5.3.	Altura efetiva (d)	45
4.5.4.	Dimensão do pilar (c)	47
4.5.5.	Altura da laje (h)	48
4.6.	Influência do índice de esbeltez da laje	50
4.6.1.	Validação	52
5.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	57
5.1.	Conclusões	57
5.1.1.	Resistência de cisalhamento do modelo	57
5.1.2.	Modelagem computacionais	57
5.1.3.	Influência da taxa de armadura na resistência a flexão	57
5.1.4.	Influências geométricas do modelo	58
5.1.5.	Índice de esbeltez da laje	58
5.2.	Sugestões para trabalhos futuros	59
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60
	APÊNDICE A - NÍVEIS DE APROXIMAÇÃO DA CURVA CARGA-ROTAÇÃO	65
	APÊNDICE B - APLICAÇÃO DA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA	66
	APÊNDICE C – EXPRESSÕES PARA MOMENTO-CURVATURA	68

APÊNDICE D - REFERÊNCIAS DO BANCO DE DADOS

69

APÊNDICE E – PERÍMETROS DE CONTROLE

71

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Resumo dos principais parâmetros	9
Tabela 2.2 - Resumo dos modelos normativos	10
Tabela 2.3 - Resultados ao cisalhamento das nervuras como viga (SACRAMENTO <i>et al.</i> , 2018)	24
Tabela 2.4 - Resultados ao cisalhamento como laje maciça de acordo a NBR 6118 (ABNT, 2014) (SACRAMENTO <i>et al.</i> , 2018)	24
Tabela 3.1 - Características das lajes	26
Tabela 3.2 - Parâmetros adotados no modelo CDP	27
Tabela 3.3 - Punção computacional sobre os modelos analíticos	31
Tabela 3.4 - Punção via TFC sobre os modelos analíticos	32
Tabela 3.5 - Tensão de cisalhamento teórico nas nervuras	34
Tabela 3.6 - Resistência à flexão através da Teoria da Fissura Crítica	35
Tabela 3.7 - Resistência à flexão através da Teoria das Linhas de Ruptura	35
Tabela 4.1 - Resumo do banco de dados com 89 lajes analisadas	38
Tabela 4.2 - Critério de avaliação de coeficiente de segurança (COLLINS, 2001)	39
Tabela 4.3 - Resultados de avaliação de segurança de acordo ao critério de demérito	40
Tabela 4.4 - Banco de dados filtrados	51
Tabela 4.5 - Resumo de expressões analíticas para as normas	51
Tabela 4.6 - Banco de dados para validação	54
Tabela 4.7 - Resultados de avaliação de segurança de acordo ao critério de demérito	55

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	- Modelos de laje com viga faixa (a) sem nervura (b) com nervura (c) dimensões da seção transversal da laje nervurada	2
Figura 2.1	- Ruptura por punção no apoio laje-pilar	5
Figura 2.2	- (a) arranjo de armaduras de ensaio da série S de MOE (1961); (b) Critério de ruptura comparada com armaduras concentradas ao entorno do pilar (MOE S1 e REGAN A: armadura uniformemente distribuída) (MOE 1961, REGAN, 1986)	6
Figura 2.3	- Distribuição de esforços cisalhantes em torno do pilar	7
Figura 2.4	- Definição de altura útil (d)	9
Figura 2.5	- Abertura das fissuras em vigas ou lajes unidirecionais adaptação de MUTTONI (2008)	11
Figura 2.6	- Abertura das fissuras em lajes bidirecionais e critério de ruptura adaptação de MUTTONI (2008)	12
Figura 2.7	- Comparação de critério de ruptura dos resultados experimentais (a, b) vigas sujeitas ao carregamento pontual e ao carregamento uniforme (c) lajes em punção, MUTTONI (2007)	13
Figura 2.8	- Hipótese da correlação entre rotação (ψ) e flecha (δ) (GUANDALALINI, 2006)	13
Figura 2.9	- Mecanismo ruptura por flexão de uma laje nervurada	14
Figura 2.10	- Transformação da laje quadrada (a) em laje circular (b)	14
Figura 2.11	- Seção transversal T de ordenada do centroide (ABDUL WAHAB & KHALIL, 2000)	15
Figura 2.12	- (a) Forças internas (b) momentos na seção da laje (c) Relação Momento-curvatura (MUTTONI, 2008)	17
Figura 2.13	- Grupos de lajes analisadas por SILVA <i>et al.</i> (2020) (Adaptação)	18

Figura 2.14	- Resistências ao puncionamento das lajes (Grupos: s0, s1 e s3) analisadas computacionalmente por SILVA <i>et al.</i> (2020)	18
Figura 2.15	- Resultados para os carregamentos das lajes PG23 e PG24 de GUANDALINI (2006) para V entre 60 e 100% de V_R	19
Figura 2.16	- Efeito de pino de armadura à flexão (NANA, 2017)	20
Figura 2.17	- Mecanismo do modo de ruptura por puncionamento de lajes com viga faixa, adaptação LAU & CLARK (2007)	21
Figura 2.18	- Padrão de ruptura em vigas faixas ensaiadas por SHURAIM & AL-NEGHEIMISH (2012)	22
Figura 2.19	- Dimensões das lajes ensaiadas por SACRAMENTO <i>et al.</i> (2018)	24
Figura 3.1	- Modelo para análise	25
Figura 3.2	- (a) Malha e (b) Diagrama de tensão-deformação do concreto adotado	26
Figura 3.3	- Discretização do modelo	28
Figura 3.4	- Configuração da flecha ao longo do comprimento da laje	29
Figura 3.5	- Deformações das armaduras de flexão	29
Figura 3.6	- Distribuições dos momentos fletores e tensões normais	30
Figura 3.7	- Variação da rotação em relação ao cisalhamento e punção de acordo com a teoria de Fissura Crítica (MUTTONI, 2008)	30
Figura 3.8	- Influência da taxa de armadura na comparação dos modelos	32
Figura 3.9	- Comparação dos valores normativos com 0,5% de taxa de armadura à flexão	32
Figura 3.10	- Comparação dos valores normativos com 1,0% de taxa de armadura à flexão	32
Figura 3.11	- Comparação dos valores normativos com 1,5% de taxa de armadura à flexão	33
Figura 3.12	- Aberturas de fissuras de cisalhamento ao bordo da viga faixa-nervura	33
Figura 3.13	- Influência da taxa de armadura na comparação de V_{max} (VF) e V_{min} (Nervura)	34

Figura 3.14	-	Comparações com as normas	35
Figura 3.15	-	Comparação do comportamento à flexão entre a teoria da fissura crítica e a teoria de linha de ruptura	35
Figura 3.16	-	Influência de taxa de armadura (a) na resistência à flexão e (b) na relação $P_{flexTFC}/P_{flexTLR}$.	36
Figura 4.1	-	Distribuições das lajes	38
Figura 4.2	-	Comparação dos R^2 entre os resultados experimentais e analíticos	39
Figura 4.3	-	Comparação geral dos resultados entre as normas de acordo com o critério de avaliação	39
Figura 4.4	-	Comparação com as normas de acordo com o critério de avaliação	40
Figura 4.5	-	Comparações da relação P_u/P_{ACI}	41
Figura 4.6	-	Comparações da relação P_u/P_{EC2}	41
Figura 4.7	-	Comparações da relação P_u/P_{NBR}	41
Figura 4.8	-	Influência da taxa de armadura em relação as resistências últimas	42
Figura 4.9	-	Influência da taxa de armadura na relação P_u/P_{ACI}	42
Figura 4.10	-	Influência da taxa de armadura na relação P_u/P_{EC2}	43
Figura 4.11	-	Influência da taxa de armadura na relação P_u/P_{NBR}	43
Figura 4.12	-	Influência da resistência à compressão em relação as resistências últimas	44
Figura 4.13	-	Influência da resistência à compressão na relação P_u/P_{ACI}	44
Figura 4.14	-	Influência da resistência à compressão na relação P_u/P_{EC2}	44
Figura 4.15	-	Influência da resistência à compressão na relação P_u/P_{NBR}	45
Figura 4.16	-	Influência da altura efetiva em relação as resistências últimas	45
Figura 4.17	-	Influência da altura efetiva na relação P_u/P_{ACI}	46
Figura 4.18	-	Influência da altura efetiva na relação P_u/P_{EC2}	46
Figura 4.19	-	Influência da altura efetiva na relação P_u/P_{NBR}	46
Figura 4.20	-	Influência da dimensão do pilar em relação as resistências últimas	47
Figura 4.21	-	Influência da dimensão do pilar na relação P_u/P_{ACI}	47

Figura 4.22	- Influência da dimensão do pilar na relação P_u/P_{EC2}	48
Figura 4.23	- Influência da dimensão do pilar na relação P_u/P_{NBR}	48
Figura 4.24	- Influência da altura da laje em relação as resistências últimas	48
Figura 4.25	- Influência da altura da laje na relação P_u/P_{ACI}	49
Figura 4.26	- Influência da altura da laje na relação P_u/P_{EC2}	49
Figura 4.27	- Influência da altura da laje na relação P_u/P_{NBR}	49
Figura 4.28	- Mecanismo de efeito de arco e limites das normas	50
Figura 4.29	- Influência da esbeltez das lajes e correlação entre P_u/P_{ACI}	51
Figura 4.30	- Influência da esbeltez das lajes e correlação entre P_u/P_{EC2}	52
Figura 4.31	- Influência da esbeltez das lajes e correlação entre P_u/P_{NBR}	52
Figura 4.32	- Correlação entre P_u e P_{ACI}	55
Figura 4.33	- Correlação entre P_u e P_{EC2}	56
Figura 4.34	- Correlação entre P_u e P_{NBR}	56

LISTA DE SÍMBOLOS

a_v	- Distância de ponto de carregamento
$a_{x,y}$	- Correspondem à distância entre a face externa da região carregada e a borda da laje
b_f	- Largura da mesa da seção T
b_0, u_0	- Perímetros de controle
b_w	- Dimensão da Largura da nervura
c, r	- Dimensão de um pilar quadrada
d	- Altura e útil da laje
d_{eq}	- Altura equivalente
d_g	- Diâmetro ou tamanho máximo de agregado graúdo no concreto
$d_{g,0}$	- Valor de referência do agregado graúdo (Adotado a 16 mm)
e	- Espaçamento entre nervuras
$e_{x,y}$	- Correspondem à distância de propagação das linhas de ruptura da área carregada em direção dos apoios
E	- Margem de erro
E_c	- Módulo de elasticidade do concreto
El_0	- Rigidez da laje não fissurada
El_1	- Rigidez da laje fissurada considerandoum comportamento elastico linear do concreto e do aço
E_s	- Módulo de elasticidade do aço da armadura de flexão
f_c	- Resistência à compressão do concreto
f_{ck}	- Resistência característica à compressão do concreto em MPa
f_{ct}	- Resistência à tração do concreto
f_{cta}	- Resistência à tração de cálculo para o concreto
f_y	- Resistência de escoamento do aço
h	- Altura total da laje
h_{eq}	- Espessura equivalente
h_w	- Altura da nervura
h_f	- Altura total da mesa de concreto
i_s	- Índice de esbeltez para as lajes sem armadura de cisalhamento

I	- Momento de Inércia
k	- Parâmetro que estabelece o fator de escala
K_c	- Parâmetro de forma (confere CDP)
k_v	- Valores assumidos para as lajes sem armadura de cisalhamento em cada nível de aproximação conforme a MC10 (FIB, 2010)
k_ψ	- Parâmetro que depende da deformação, precisamente na inclinação da laje MC10 (FIB, 2010)
L, B	- Extensão ou dimensão da laje
$l_{x,y}$	- Dimensões da laje na direção x, y
l	- Correspondem à distância entre a face do pilar e a borda da laje
m_{cr}	- Momento de fissuração
m_R	- Momento fletor último por unidade de largura da laje
n	- número de nervuras ligadas à Viga Faixa numa direção x ou y
P_{ACI}	- Resistência à punção de acordo a ACI (ACI, 2019)
P_c	- Carga de ruptura computacional
P_{EC2}	- Resistência à punção de acordo a EC2 (CEN, 2010)
P_{flex}	- Resistência à flexão
$P_{flexTFC}$	- Resistência à flexão de acordo a Teoria de Fissura crítica
$P_{flexTLR}$	- Resistência à flexão de acordo a Teoria de Linha de ruptura
P_{NBR}	- Resistência à punção de acordo a NBR 6118 (ABNT, 2014)
P_{norm}	- Resistência à punção das normas
P_{TFC}	- Resistência à punção de acordo a teoria de fissura crítica
P_u	- Carga de ruptura última
r_c	- Raio de um pilar circular
$r_{c,eq}$	- Raio de um pilar circular em uma laje equivalente de geometria circular
r_q	- Raio de introdução da carga no perímetro do controle
$r_{q,eq}$	- Raio de introdução da carga no perímetro do controle de uma laje equivalente de geometria circular
r_s	- Raio de um elemento isolado da laje circular
$r_{s,eq}$	- Raio de um elemento isolado em uma laje equivalente de geometria circular
V	- Esforço cortante

v_d	- Esforço nominal de cisalhamento
V_{flex}	- Carga correspondente à ruína por flexão
V_{Rd}	- Resistência de cálculo ao cisalhamento
V_u	- Carga última de cisalhamento
w	- Abertura de fissura crítica
X_1	- Curva ao início da fase da fissura estabilizada
X_{cr}	- Curvatura na ruptura
X_{TS}	- Expressão da diminuição da curvatura provocada pela tensão
z_{cg}	- Ordenada do centroide da seção a partir da face inferior da nervura
γ_c	- Coeficiente de minoração da resistência do concreto de acordo a NBR 6118 (ABNT,2014)
δ	- Flecha máxima
ε	- Deformação
ε_s	- Deformação de escoamento do aço
λ	- Constante que determina o tipo do concreto
λ_s	- Fator de escala para a ACI 318 (ACI, 2019)
ξ	- Fator de escala para o EC2 (CEN, 2010)
ρ	- Taxa de armadura de flexão ou longitudinal
τ	- Tensão de cisalhamento
ν	- Coeficiente de Poisson
φ	- Classificação do modo de ruptura de acordo com HALLGREN (1996)
ψ	- Representa o ângulo de inclinação ou da rotação da laje
ψ_M	- Rotação da laje de acordo MUTTONI (2008)
ψ_P	- Rotação da laje de acordo a resistência a flexão proposta
ψ_u	- Rotação última da laje
Ψ	- Ângulo de dilatação

LISTA DE ABREVIACOES

ABNT	-	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	-	American Concrete Institute Building Code
CEN	-	Comit Européen de Normalisation
CDP	-	Concrete Damaged plasticity
CSCT	-	Critical shear crack theory
CV	-	Coefficiente de Variação
DPC	-	Demerit Points Classification (COLLINS, 2001)
ELS	-	Estado Limite de Serviço
ELU	-	Estado Limite ltimo
EPS	-	Poliestireno Expandido
EC2	-	Referente  norma europeia Eurocode 2. 2005
FIB	-	Fédération Internationale du Béton
M	-	Média
MC	-	Referente  norma Model Code 2010, 2012
MEF	-	Método dos Elementos Finitos
NBR	-	Referente a norma Brasileira
PDF	-	Probability Density Function
SD		Desvio Padrão Amostral
VF	-	Viga Faixa

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Iniciais

As lajes de concreto armados são elementos estruturais frequentemente usados na construção civil, tais como nas aplicações de edificações de casas, edifícios residenciais, instalações das estruturas industriais, parques de estacionamento, e nas obras de artes como pontes, estádios, estruturas de proteções, etc. Estão sujeitas a vários tipos de solicitações agindo simultaneamente, os mais frequentes são os esforços de flexão e os esforços de cisalhamento. Com o intuito de minimizar esses efeitos, aumentar o vão de aplicação e reduzir o consumo do concreto abaixo da linha neutra, algumas alternativas de lajes estruturais são usadas, como o caso de lajes com viga faixa (*VF*), basicamente caracterizadas com uma faixa de viga de largura considerável (Figura 1,1a) apoiando sobre o pilar com configurações adicionais como as nervuras (Figura 1.1b). Estes aditivos (*VF*, Nervura) na configuração estrutural da laje, torna o entendimento dos mecanismos de resistência à punção um processo ainda de muita complexidade, pois vários parâmetros entram em considerações o que torna a determinação de carga de ruptura ainda um desafio.

Algumas normas como ACI 318 (ACI, 2019), NBR 6118 (ABNT, 2014) e MC10 (FIB, 2010) dão orientações abrangentes sobre o projeto de laje lisa nervurada em relação, por exemplo, a altura mínima (h_w) da nervura e o comprimento mínimo da nervura (b_w), no entanto não abordam sobre o dimensionamento de laje nervurada com viga faixa (Figura 1.1c).

O trabalho do GOODCHILD (2009), fornece orientações sobre o dimensionamento de laje com viga faixa, o processo é similar ao das lajes convencionais unidirecionais com verificações adicionais à punção em entorno do pilar, e permite a análise elástica ou a teoria de linhas de ruptura no dimensionamento à flexão, assumindo a distribuição uniforme dos momentos transversais sobre a viga faixa. Contudo, os estudos numéricos e experimentais (TAY, 2006; SHURAIM, 2011) mostraram que a distribuição dos momentos transversais no pilar está longe de ser uniforme e o comportamento à flexão de lajes com vigas faixas é semelhante ao das

lajes maciças, evidenciando que as fissuras ao entorno do pilar têm origem no excesso de carregamento no estado limite de serviço. E de acordo a NBR 6118 (2014), o cisalhamento é absoldido pelo concreto e armaduras de flexão, desde que o espaçamento entre os eixos (e) das nervuras não ultrapasse 65 cm. Acima deste valor, as nervuras passam a ser consideradas como vigas, havendo, portanto, a necessidade do uso de armaduras transversais nas nervuras.

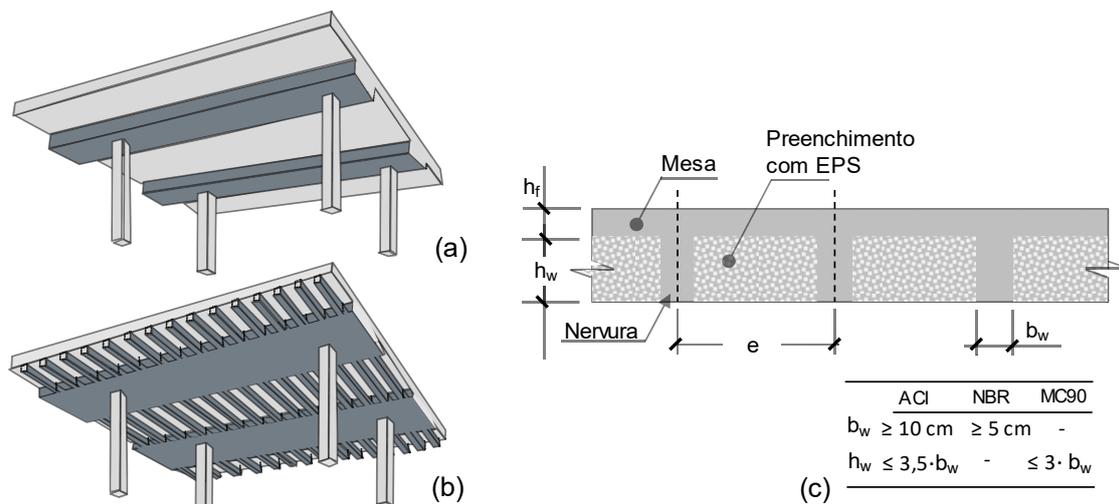


Figura 1.1 – Modelos de laje com viga faixa (a) sem nervura (b) com nervura (c) dimensões da seção transversal da laje nervurada

1.2. Justificativa

As divergências que o tema apresenta entre os pesquisadores e as normas nas estimativas de dimensionamentos do projeto quanto à resistência ao cisalhamento e ao puncionamento das lajes ou das vigas demonstram a persistência de questionamento que os modelos apresentam. De fato, o aumento da taxa de amadura à flexão, aumenta a rigidez da estrutura à flexão e ao puncionamento, porém é questionável a contribuição desse efeito na relação punção-flexão ou cisalhamento-flexão, ou até no entendimento da própria resistência ao cisalhamento na distribuição de tensões devido ao momento fletor (KADLEC & CERVENKA, 2015).

Embora seja verdade que há alguma semelhança entre essas normas em prever a contribuição de armaduras de cisalhamento presentes nas estruturas de concreto armado, deve-se notar que essas normas diferem em sua abordagem quanto a contribuição do concreto ao cisalhamento. É fato que as normas abordam o

cisalhamento das lajes de concreto armado diferentemente, uma vez que, de acordo com estas normas, há influência de certos parâmetros que entrem em ação no mecanismo de resistência ao cisalhamento, ignorando ou considerando parcialmente o parâmetro de reforço de armadura ao cisalhamento, deixando, conseqüentemente, um efeito de cisalhamento negligenciado no cálculo da resistência, exemplo da ACI 318 (ACI, 2019).

Com todos esses problemáticos, as simulações numéricas tornaram-se alternativas de verificação do projeto para a determinação da resistência estrutural. Desta maneira, o estudo se concentrará na análise dos resultados computacionais de carregamentos, deformações, deslocamentos, distribuição dos momentos fletores e de análises estatísticas do banco de dados, pretendendo-se contribuir para a redução das incertezas nas análises dos critérios de projeto, considerando-se a taxa de armadura à flexão, a distribuição da mesma e o formato da região maciça no dimensionamento deste tipo de sistema, e dispor, assim, de maior conhecimento a respeito dos conceitos a serem adotados com as novas informações sobre o comportamento da estrutura e seu tipo de ruptura.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo Geral

Correlacionar a taxa de armadura com a resistência da laje através da teoria da fissuração crítica e teoria de linhas de rupturas. Desta maneira, com a devida investigação da região maciça nas vizinhanças dos pilares, contribuir com os estudos para a previsão de modos de ruína e as possíveis configurações de falhas nessa região.

1.3.2. Objetivos Específicos

Este trabalho tem como objetivos específicos:

- Encontrar na literatura informações sobre outras pesquisas de laje lisa nervurada com viga faixa e sem armadura de cisalhamento;
- Analisar as simulações realizadas com os modelos de elementos finitos;

- Comparar os resultados com estimativas obtidas de acordo com as normas ACI 318 (ACI, 2019), EC2 (CEN, 2010) e NBR 6118 (ABNT, 2014);
- Comparar os modelos de cálculo da resistência à flexão da Teoria de Fissura Crítica e do critério de ruptura proposto por MUTTONI (2008);
- Avaliar a influência dos parâmetros de forma, da resistência à compressão e da taxa de armadura na resistência de punção e flexão;
- Analisar os resultados experimentais obtidos na literatura;
- Avaliar e propor um índice de esbeltez em lajes maciças de concreto armado sem armadura de cisalhamento.

1.4. Apresentação do trabalho

A seguir é apresentada a organização da dissertação, composta por seis capítulos. A revisão bibliográfica é apresentada, de forma sucinta, no *Capítulo 2*, que aborda o conceito geral sobre a punção. *Capítulo 3* consta dos resultados de pesquisas pertinentes publicadas por outros autores sobre o tema principal e outros relacionados, bem como aspectos gerais sobre o comportamento de lajes lisas e nervuradas. O *Capítulo 4* apresenta-se as análises computacionais e análises da resistência de flexão. O *Capítulo 5* apresenta a estimativa das resistências de punção com as análises realizados no banco de dados. No *Capítulo 6* tem-se as conclusões sobre o trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Considerações iniciais

Nesta seção, serão apresentadas, de forma resumida, o conceito da punção; os critérios de ruptura com as revisões de modelos empíricos de cisalhamento e punção; seguir as recomendações, considerando apenas pilares centrais da seção quadrada para o dimensionamento de laje lisa nervurada de concreto armado, sem a presença de abertura e sem a armadura de cisalhamento, de acordo com as normas ACI 318 (ACI, 2019), EC2 (CEN, 2010), MC10 (*fib*, 2010) e NBR 6118 (ABNT, 2014). Os resultados teóricos serão comparados com os resultados experimentais obtidos em banco de dados. Também, o capítulo apresenta os estudos experimentais e numéricos sobre a punção em lajes com VF nervuradas e sem nervuras.

2.2. Conceito de punção

A punção é definida como um Estado Limite Último (ELU), de esforços cortantes concentrados em torno dos apoios pontuais como pilares. A punção em lajes sem armadura ao cisalhamento é o principal fator de risco no dimensionamento estrutural, pois acontece sem aviso prévio. O fenômeno é caracterizado por uma ruptura localizada na zona em torno do pilar, Figura 2.1. Além disso, se não foi tomada as precauções específicas para garantir uma resistência residual após a ruptura, a estrutura perde a capacidade de redistribuição dos esforços e ocorre o colapso.

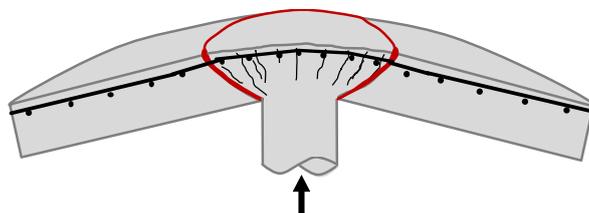


Figura 2.1 – Ruptura por punção no apoio laje-pilar

Segundo LAU & CLARK (2007, 2008), SACRAMENTO (2018), as lajes com vigas faixas podem romper por puncionamento. De acordo GOODCHILD (2009), o procedimento para calcular a resistência de cisalhamento para lajes com viga faixa é semelhante ao modelo teórico dado por EC2 (CEN, 2010) para lajes maciças e ignora o fato de que as cargas aplicadas no pilar teriam distribuição diferente, menos

uniforme em viga faixa do que na placa de laje. A escolha de incorporação de viga faixa em lajes, implica numa concentração maior de armadura na viga faixa, ou seja, na região ao entorno do pilar. Seguindo MOE (1961) e REGAN (1986), a concentração de armadura ao entorno do pilar tende a diminuir a resistência à punção.

MOE (1961) usou o mesmo número de barras com arranjo diferente ao entorno do pilar, (Figura 2.2a). GUANDALINI (2009) usou o critério de ruptura (Figura 2.2b) para analisar os resultados dos ensaios experimentais do MOE (1961) e do REGAN (1986). O autor evidenciou que as lajes com armaduras concentradas na região ao entorno do pilar (S3 e S4) são menos resistentes, apesar de ter a maior rigidez comparado com a série (S1 e S2), sugerindo a não aplicação do critério de ruptura em laje que tem concentração de armaduras nas faixas em torno do pilar, pois sua resistência será superestimada em entorno de 10% e apresentará um comportamento similar às vigas. Estas é uma das justificativas da escolha da configuração geométrica de laje nervurada com viga faixa e região maciça limitada a $2d$ do perímetro de controle.

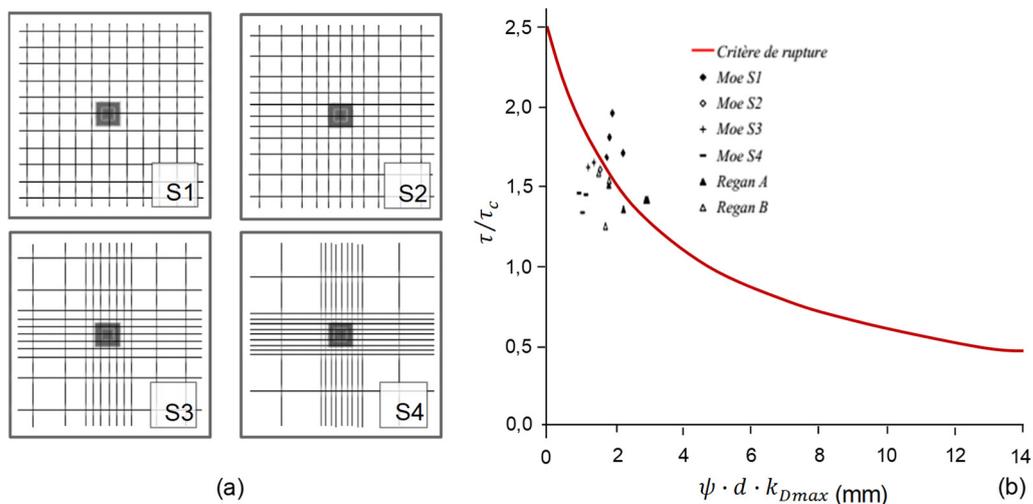


Figura 2.2 – (a) arranjo de armaduras de ensaio da série S de MOE (1961); (b) Critério de ruptura comparada com armaduras concentradas ao entorno do pilar (MOE S1 e REGAN A: armadura uniformemente distribuída) (MOE 1961, REGAN, 1986)

2.3. Critérios de ruptura

2.3.1. Mecanismo de resistência

Na concepção das lajes bidirecionais, como as lajes nervuradas com vigas faixas, o aspecto primordial a ser considerado é a resistência à punção. Nos níveis dos apoios ou sob uma carga concentrada, a laje está sujeita as fortes concentrações dos esforços cortantes. A distribuição de esforços cisalhantes (Figura 2.3) se apresenta de forma hiperbólica (FAVRE & COLL, 1997). Na verificação, todos os modelos propõem comparar os efeitos de carga com a resistência de cisalhamento (por unidade de comprimento), Equação 2.1.

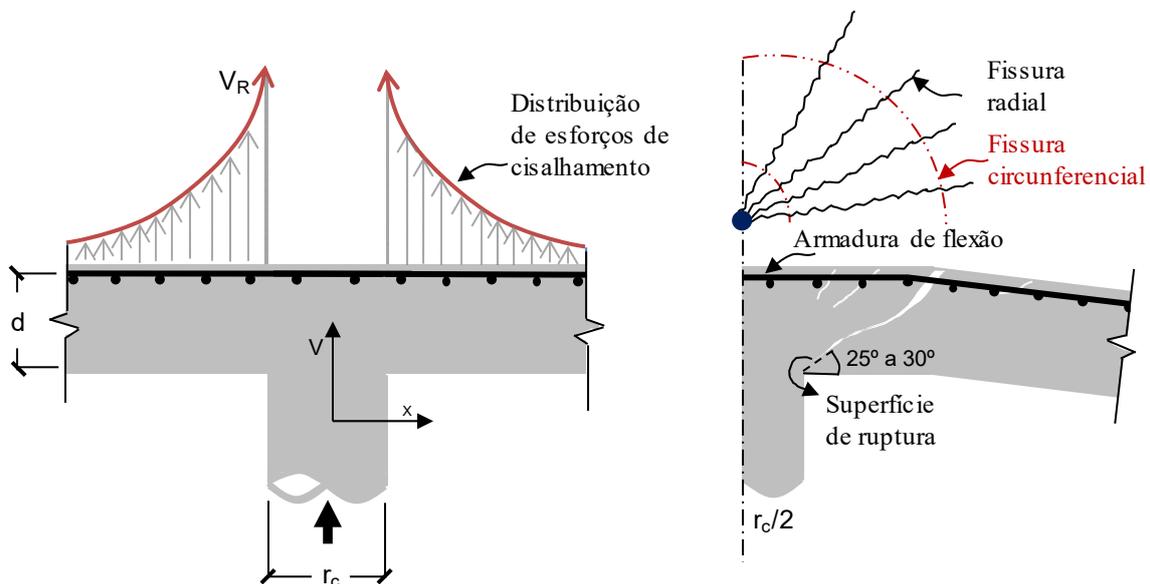


Figura 2.3 – Distribuição de esforços cisalhantes em torno do pilar

$$v_d \leq v_{Rd}$$

Equação 2.1

Supõe-se que a resistência à punção de uma laje nervurada com viga faixa pode ser estimada de acordo com o conceito de seção crítica, tensão nominal de cisalhamento (v_{Rd}), que é definida como a razão entre a carga de ruptura à punção (V_{Rd}) e a área considerada dentro da superfície de ruptura ou perímetro de controle (u). Equação 2.2.

$$v_{Rd} = \frac{V_{Rd}}{u}$$

Equação 2.2

Em que, o perímetro do controle: $u = (b_0 \cdot d)$.

Várias normas advêm dos modelos empíricos para estimar a resistência à punção, a partir da resistência nominal (v_{Rd}), baseando-se em diversos parâmetros como: a resistência à compressão do concreto (f_c), a taxa geométrica de armadura (ρ) e a altura estática média até a armadura superior (d). A pesquisa feita por MOE (1961) conduziu às previsões do ACI, KINNUNNEN & NYLANDER (1960), REGAN (1981) e REGAN & BRAESTRUP (1985) que propuseram equações empíricas a serem utilizadas como base nas normas europeias sobre a punção de concreto armado. Os autores consideraram que a força de punção é influenciada pela razão de reforço e de um fator de efeito escala (*size effect*).

As tabelas 2.1 e 2.2 apresentam os resumos dos principais parâmetros e os modelos de resistência ao cisalhamento e à punção das lajes sem armadura de cisalhamento. A resistência à punção é verificada no limite do perímetro de controle (crítico). Por sua vez, o perímetro de controle está localizado a uma determinada distância da face do pilar. Esta distância difere de cada norma, variando de um meio para o dobro da altura efetiva da laje. De $d/2$ da borda do pilar para o ACI 318 (ACI, 2019) e o MC10 (fib, 2010), e de $2d$ para o EC2 (CEN, 2010) e a NBR 6118 (ABNT, 2014). A notar, λ é o fator de modificação que assume o valor igual a 1,0 para concreto normal ou entre 0,75 e 0,85 para concreto leve, λ_s é o fator de efeito de tamanho que é calculado por $\lambda_s = \sqrt{(2/1 + 0,004 \cdot d)} \leq 1$. Neste trabalho foram considerados $\lambda = 1$, $\lambda_s = 1$, e a altura d (Figura 2.4) constante. Em que pode ser tomada como d_{ef} seguindo a Equação 2.3, onde d_x, d_y são as alturas de armaduras em duas direções ortogonais.

$$d = d_{ef} = \frac{(d_x + d_y)}{2}$$

Equação 2.3

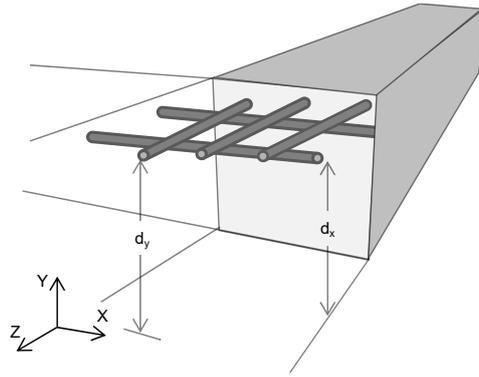


Figura 2.4 – Definição de altura útil (d)

Tabela 2.1 – Resumo dos principais parâmetros normativos

Parâmetro	ACI 318	EC2	MC10	NBR 6118
Coeficiente de segurança	$\varphi = 0,75$		$\gamma_c = 1,5;$ $\gamma_s = 1,15$	$\gamma_c = 1,4;$ $\gamma_s = 1,15$
Efeito Tamanho ou <i>size effect</i>	$\lambda_s = \sqrt{\left(\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}\right)} \leq 1$	$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$		$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$
Tensão nominal	$\lambda\sqrt{f_c}$	$k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)$	$\lambda\sqrt{f_c} < 8MPa$	$k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)$
Perímetro de controle	$0,5 \cdot d$	$2,0 \cdot d$	$0,5 \cdot d$	$2,0 \cdot d$
Tamanho do agregado	Não considera	Não considera	$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g}$ $\geq 0,75$	Não considera
Retangularidade do pilar	β_c			

Tabela 2.2 – Resumo dos modelos normativos

Modelos	Contornos
ACI 318 (ACI, 2019)	$u = 4 \cdot c + 4 \cdot d$
<i>Cisalhamento</i>	
$V_{ACI,S} = 0,167 \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$	
<i>Punção</i>	
$P_{ACI} = \frac{1}{3} \cdot \lambda \cdot \lambda_s \cdot \sqrt{f_c} \cdot u \cdot d$	
EC2 (CEN, 2010)	$u = 4 \cdot c + 4 \cdot d \cdot \pi$
<i>Cisalhamento</i>	
$V_{EC2} = [0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}] b_w \cdot d_1 \geq (V_{min}) b_w \cdot d_1$	
$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w} \leq 0,02$,	
$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$	
<i>Punção</i>	
$P_{EC2} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u \cdot d \geq (V_{min}) u \cdot d$	
$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w} \leq 0,02$,	
$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$	
MC10 (fib, 2010)	$u = 4 \cdot c + d \cdot \pi$
<i>Cisalhamento</i>	
$V_{MC2010} = k_v \cdot \sqrt{f_c} \cdot z \cdot b_w \cdot d$ $(f_c)^{1/2} \leq 8 \text{ MPa}; k_v \text{ (Apêndice A)}$	
<i>Punção</i>	
$P_{MC10} = k_\psi \cdot \sqrt{f_c} \cdot u \cdot d$	
$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0,6$	
$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75$; ψ (anexo A)	
NBR 6118 (ABNT, 2014)	$u = 4 \cdot c + 4 \cdot d \cdot \pi$
<i>Cisalhamento</i>	
$V_{NBR} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1)^{1/3}] b_w \cdot d$	
$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$ $f_{ctd} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$; $k = 1,6 - d$; $\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \leq 0,02$	
<i>Punção</i>	
$P_{NBR} = [0,182 \cdot (1 + \sqrt{200/d}) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3}] u \cdot d$	

2.3.2. Critério de ruptura proposto por MUTTONI (2008)

Os trabalhos experimentais do MUTTONI (1990, 1991), são baseados na Teoria da Fissura Crítica de cisalhamento (CSCT, *Critical Shear Crack Theory*), demonstrando que o comportamento à punção é influenciado negativamente pela abertura das fissuras na flexão, como nos casos de vigas ou lajes unidirecionais sem armadura de cisalhamento. A resistência à punção, portanto, é determinada em função das deformações (Figura 2.5) observadas em zona crítica, pois estas se concentram ao redor do pilar e são fortemente variáveis na direção radial ($w \propto \varepsilon \cdot d$).

Seguindo MUTTONI (2008), a abertura de fissura crítica (w) para as lajes bidirecionais apresenta uma forte correlação com o produto da rotação e a altura efetiva da laje, ($w \propto \psi \cdot d$). Figura 2.6. O aumento da rotação diminui a resistência à punção. Em outras palavras, o aumento da rigidez, aumenta a resistência à punção, que é dada pela interseção da curva do critério de ruptura e a curva de comportamento da laje, representado pela curva de carga-rotação. O conhecimento da curva de comportamento da laje é fundamental para o cálculo da resistência à punção. Os critérios de ruptura proposta por MUTTONI (2008) são dados pelas equações 2.4 e 2.5.

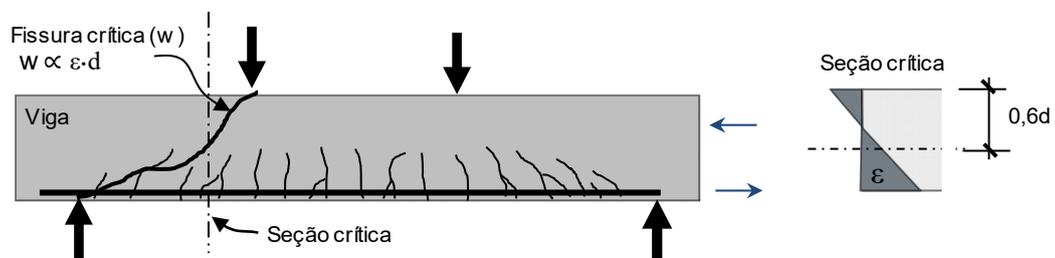


Figura 2.5 – Abertura das fissuras em vigas ou lajes unidirecionais adaptação de MUTTONI (2008)

$$\frac{V_R}{u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\varepsilon \cdot d}{d_g + d_{g,0}}} \quad \text{Equação 2.4}$$

(Para vigas e lajes unidirecionais)

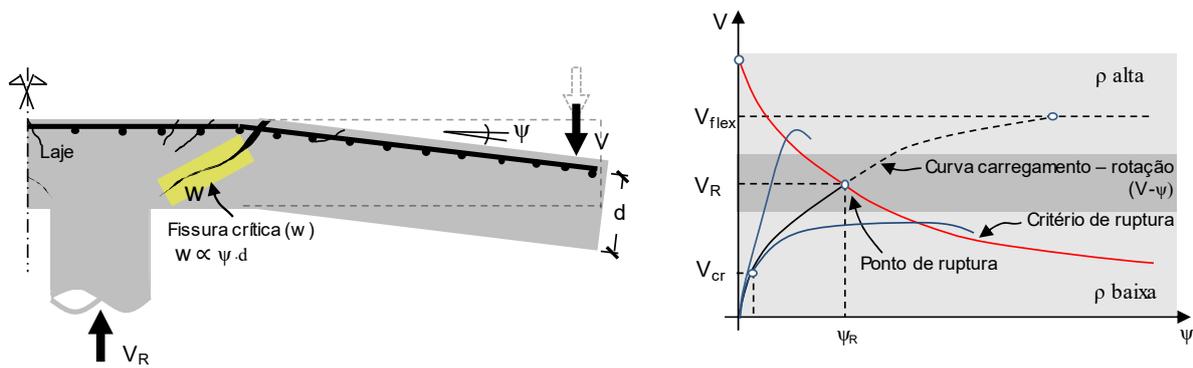


Figura 2.6 – Abertura das fissuras em lajes bidirecionais e critério de ruptura adaptação de MUTTONI (2008)

$$\frac{V_R}{u \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_g + d_{g,0}}} \quad \text{Equação 2.5}$$

(Para lajes bidirecionais)

Em que, V_R é a resistência ao cisalhamento, u é o perímetro do controle e d é a altura efetiva. Com $\sqrt{f_c}$ e d_g que levam em consideração respectivamente a resistência do concreto e o tamanho maximal do agregado; $d_{g,0} = 16$ mm, é o valor de referência do tamanho de agregado graúdo. Quando a profundidade da zona da compressão é igual a $0,35 \cdot d$, o valor da deformação assumida na teoria de fissura crítica é dado por Equação 2.6.

$$\varepsilon = \varepsilon_s \cdot \frac{0,6 \cdot d - c}{d - c} \cong 0,41 \cdot \varepsilon_s \quad \text{Equação 2.6}$$

Em que:

ε_s é a deformação de escoamento do aço ($\varepsilon_s = f_{yd}/E_s$).

A Figura 2.7 ilustra as comparações de critério de ruptura com resultados experimentais em 285 vigas (MUTTONI & RUIZ, 2007) e em 99 lajes (MUTTONI, 2007). Mostrando excelente aproximação dos resultados teóricos e experimentais, com menor variabilidade.

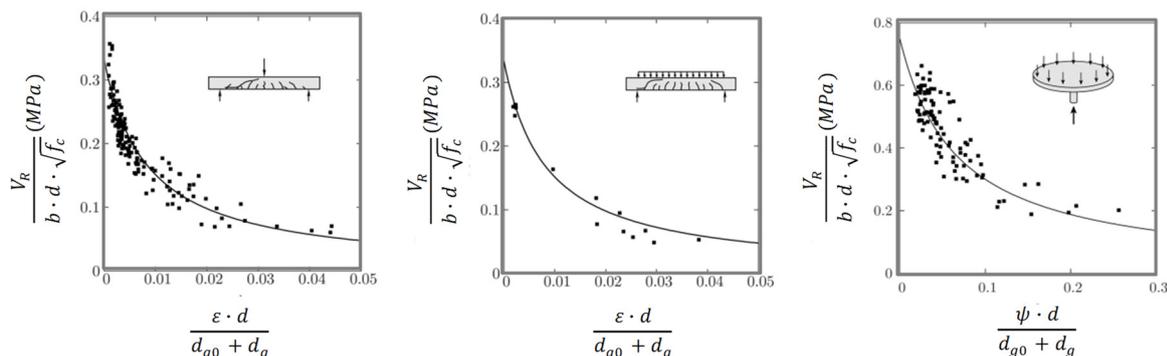


Figura 2.7 – Comparação de critério de ruptura dos resultados experimentais (a, b) vigas sujeitas ao carregamento pontual e ao carregamento uniforme (c) lajes em punção, MUTTONI (2007)

2.3.3. Hipótese da medição da rotação

O valor da rotação da laje é fundamental para definir a carga de ruptura, muitas vezes não é medida nos trabalhos encontrados na literatura. A maioria faz a medição da flecha (δ). Tendo a flecha, pode-se calcular a rotação e aplicar o critério de ruptura. Segundo GUANDALALINI (2009), as concentrações da rotação ao redor do pilar (Figura 2.8), é dada pela Equação 2.7. A outra expressão analítica de cálculo da rotação é de acordo com MC10 (fib, 2010), com a simplificação de segundo nível de aproximação proposta por MUTTONI (2008), Equação 2.8. O uso de uma expressão teórica específica depende da complexidade de uma dada situação para o qual o cálculo deve ser feito e, nesse sentido, quatro níveis de aproximação são diferenciados no MC10 (fib, 2010) (Apêndice A).

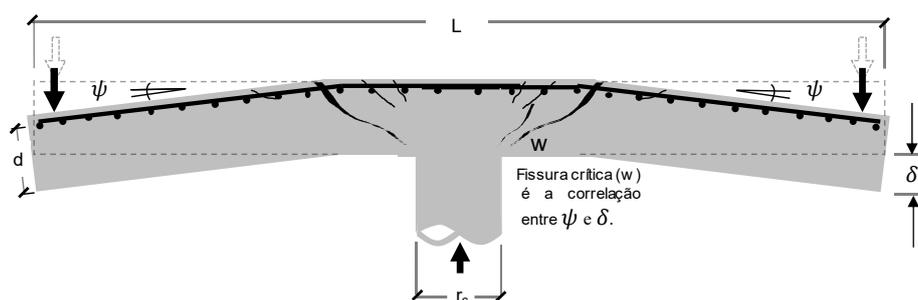


Figura 2.8 – Hipótese da correlação entre rotação (ψ) e flecha (δ) (GUANDALALINI, 2006)

$$\psi = \frac{2 \cdot \delta}{(L - r_c)}, r_c = c \text{ para o pilar quadrado} \quad \text{Equação 2.7}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s \cdot f_y}{d \cdot E_s} \left(\frac{P_u}{P_{flex}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.8}$$

2.4. A geometria equivalente no comportamento à flexão

Para poder aplicar a Teoria de Fissura Crítica proposta por MUTTONI (2008) e compatibilizar os parâmetros de análise como para simplificação de mecanismo de ruptura por flexão (figuras 2.9 e 2.10), faz-se necessário recorrer às expressões de transformações, considerando a mudança da laje quadrada para laje circular a Equação 2.9 para o critério de perímetro equivalente ($r_{c,eq}$), se o ponto de aplicação de cargas se encontra sobre a borda circular, o raio equivalente ($r_{q,eq}$) considerado é dado pela Equação 2.10 e a Equação 2.11 é usada para determinar o raio equivalente $r_{s,eq}$ (MUTTONI, 2008):

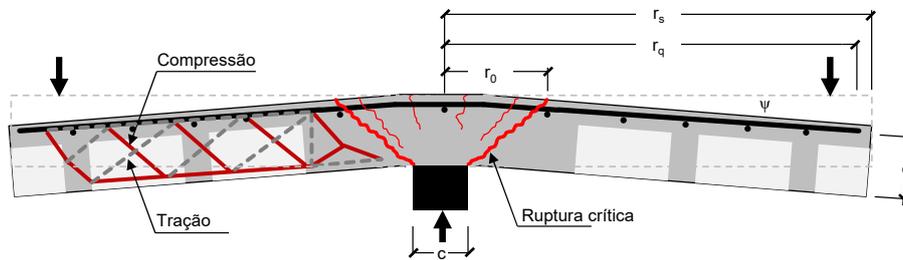


Figura 2.9 – Mecanismo ruptura por flexão de uma laje nervurada

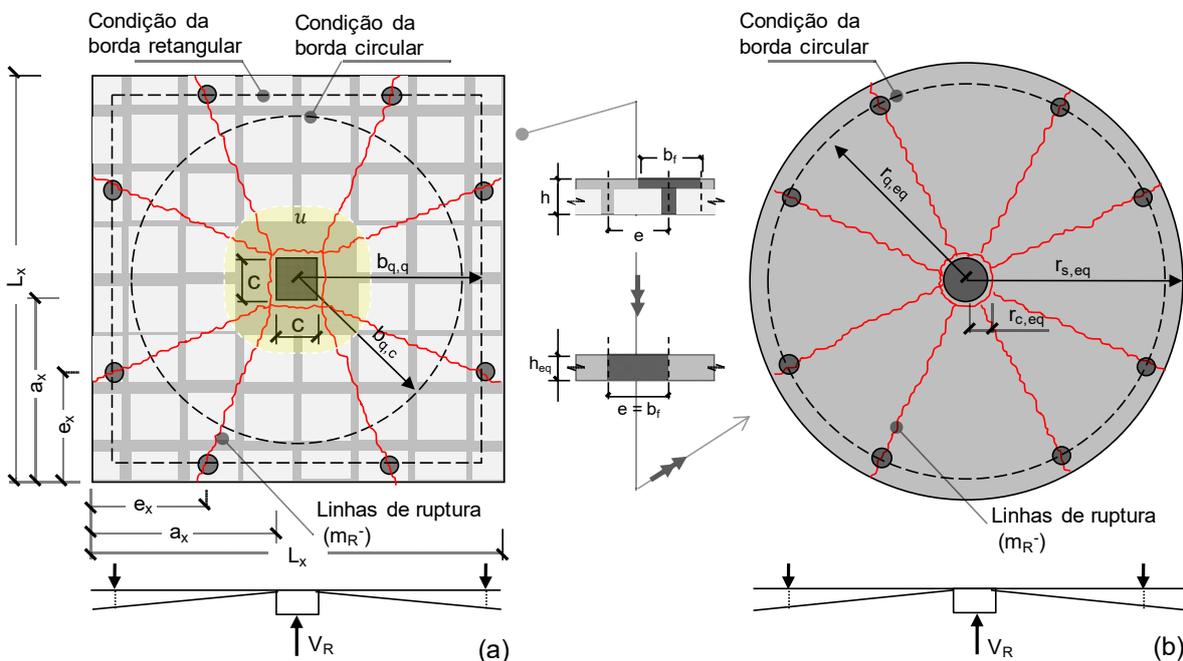


Figura 2.10 – Transformação da laje quadrada (a) em laje circular (b)

$$4 \cdot c = 2 \cdot \pi \cdot r_c \Leftrightarrow r_{c,eq} = \frac{2 \cdot c}{\pi}$$

Equação 2.9

$$r_{q,eq} = \begin{cases} b_{q,c}, & \text{Para o contorno circular} \\ b_{q,q}, & \text{Para o contorno retangular} \end{cases} \quad \text{Equação 2.10}$$

$$r_{s,eq} = \frac{2}{\pi} \cdot [2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (L - c) + c] \quad \text{Equação 2.11}$$

A transformação direta da laje quadrada para laje circular pode ser feita multiplicando a dimensão da laje quadrada (L) por o valor parametrico de 1,074 (MUTTONI, 2008). Outro aspecto a considerar na transformação de uma laje nervurada com a região maciça (viga faixa) em uma laje maciça uniforme, é a espessura equivalente (h_{eq}), Equação 2.12. Segundo ABDUL-WAHAB & KHALIL (2000), os dois modelos possuem a mesma rigidez à flexão.

$$h_{eq} = \left(\frac{12 \cdot I}{e} \right)^{1/3} \quad \text{Equação 2.12}$$

Sendo:

e : é a distância de centro a centro das nervuras; I é o momento de inercia à flexão nervurada, calculada a partir da Equação 2.13 (DIAS, 2003).

$$I = \frac{b_f \cdot h_f^3}{12} + b_f \cdot h_f \cdot \left(h - h_f - z_{cg} + \frac{h_f}{2} \right)^2 + \frac{b_w \cdot (h - h_f)^3}{12} + b_w \cdot (h - h_f) \cdot \left(z_{cg} - \frac{h - h_f}{2} \right)^2 \quad \text{Equação 2.13}$$

Sendo:

z_{cg} : é a cordenada do centroide da seção a partir da face inferior da nervura (Figura 2.11), determinada pela Equação 2.14.

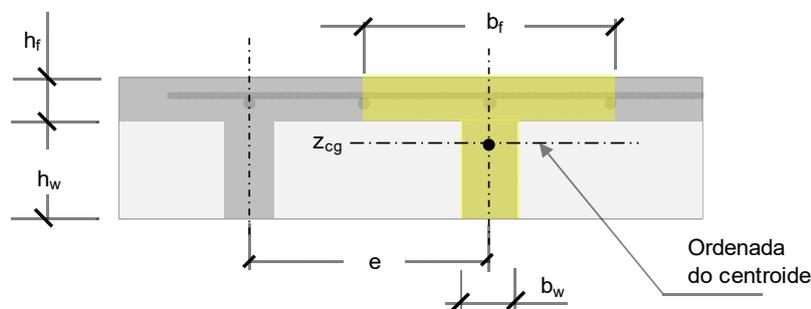


Figura 2.11 – Seção transversal T de ordenada do centroide (ABDUL WAHAB & KHALIL, 2000)

$$z_{cg} = \frac{\frac{b_w \cdot (h - h_f)^2}{2} + \left(\frac{h_f}{2} + h - h_f\right) \cdot b_f \cdot h_f}{b_f \cdot h_f + b_w \cdot (h - h_f)} \quad \text{Equação 2.14}$$

2.5. A resistência de flexão

A resistência de flexão das lajes foi calculada de acordo com a Teoria das Linhas de Ruptura. O valor da capacidade resistente à flexão ($P_{flexTLR}$) foi estimado a partir da Equação 2.15, conforme apresentada por OLIVEIRA (2003) para as lajes quadradas. Os valores de f_x e f_y estão apresentados em apêndice B. Para aplicação do critério de ruptura da teoria de fissura crítica em laje convertidas, usou-se $P_{flexTFC}$ em regime plástico pela Equação 2.16 proposta por MUTTONI (2008) e comparou-se os dois valores.

$$P_{flexTLR} = 2 \cdot m_R \cdot \left[\frac{l_x}{a_x} + \frac{l_y}{a_y} - 2 \cdot \left(\frac{a_y}{a_x} \cdot f_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot f_y \right) \right] \quad \text{Equação 2.15}$$

$$P_{flexTFC} = 2 \cdot \pi \cdot m_R \cdot \frac{r_s}{r_q - r_c} \quad \text{Equação 2.16}$$

Sendo,

$$m_R = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2 \cdot f_c} \right) \quad \text{Equação 2.17}$$

2.6. Momento de curvatura

De acordo com GUANDALINI (2006) e MUTTONI (2008), a relação carga-rotação de uma laje pode ser obtida diretamente no diagrama de momento-curvatura ($m-\chi$), quadrilinear (4L) ou bilinear (2L) representado na Figura 2.12 e Equação 2.18. O m_{cr} e m_R representam, respectivamente, o momento no início de fissuras e o momento de flexão no início de estado plástico da seção transversal da laje. O EI_0 e EI_1 representam a rigidez à flexão da seção transversal da laje antes e depois da iniciação de fissuras, respectivamente. O r_{cr} , r_1 e r_y é a distância do eixo da coluna da seção transversal onde a curvatura X_{cr} , X_1 e X_2 é instalada, respectivamente. Nessas variáveis, os subscritos, cr , 1 e y representam a iniciação de fissuras, a estabilização do processo de fissura e o início de escoamento de amadura à flexão,

respectivamente. Os detalhes de expressões paramétricas estão representadas no apêndice C.

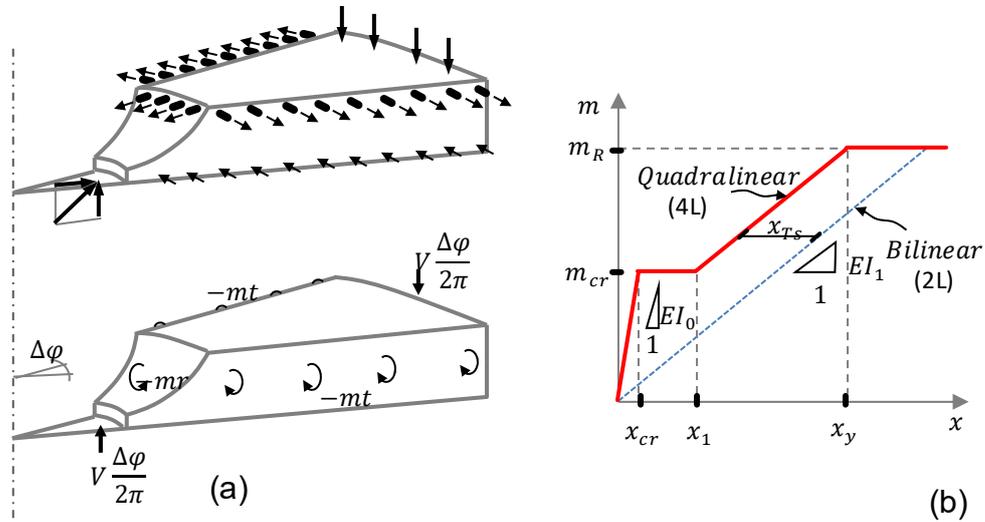


Figura 2.12 – (a) Forças internas (b) momentos na seção da laje (c) Relação Momento-curvatura (MUTTONI, 2008)

$$V = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \cdot \left(-m_r \cdot r_o + m_R \cdot \langle r_y - r_o \rangle + EI_1 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_1) - \ln(r_y) \rangle + \right. \\ \left. EI_1 \cdot X_{TS} \cdot \langle r_1 - r_y \rangle + m_{cr} \cdot \langle r_{cr} - r_1 \rangle + EI_0 \cdot \psi \cdot \langle \ln(r_s) - \ln(r_{cr}) \rangle \right) \quad \text{Equação 2.18}$$

2.7. Diferença de rigidez em lajes nervuradas com e sem VF

De acordo com as análises computacionais feitas por SILVA *et al.* (2020) (Figura 2.13), as lajes maciças (grupo s0), assim como as lajes nervuradas com viga faixa (grupo s1), são as mais resistentes, enquanto as lajes nervuradas sem viga faixa (grupo s3) tendem a apresentar piores desempenhos da resistência à punção. O aumento da taxa de armadura na região maciça ou da viga faixa aumenta a resistência última e a rigidez das lajes nos modelos computacionais (Figura 2.14), conseqüentemente reduzindo suas rotações. No entanto, de acordo com os autores, mais análises computacionais e experimentais são necessárias para tirar conclusões mais abrangentes. De maneira geral, as normas tratam iguais, mas há diferença, principalmente de rigidez e rotação.

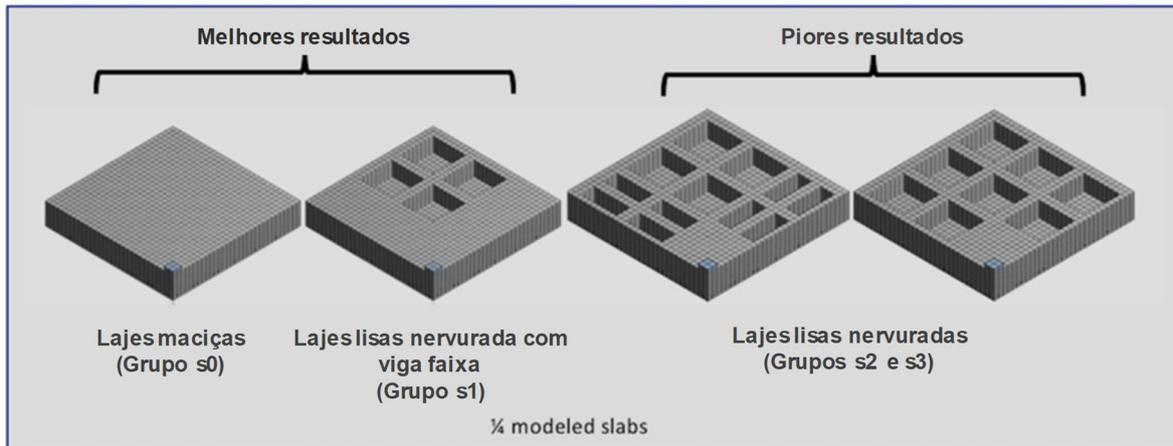


Figura 2.13 – Grupos de lajes analisadas por SILVA *et al.* (2020) (Adaptação)

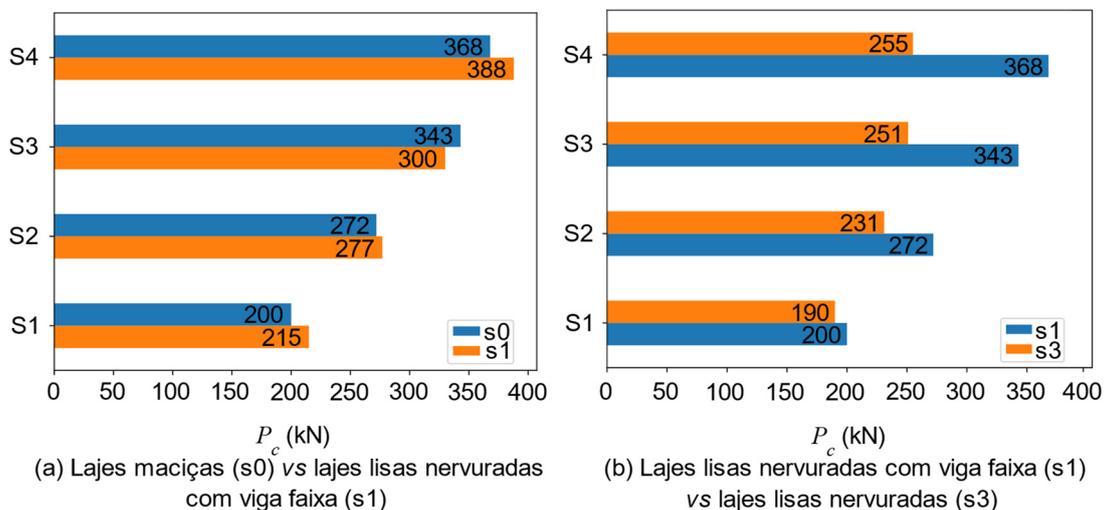


Figura 2.14 – Resistências ao puncionamento das lajes (Grupos: S0, S1 e S3) analisadas computacionalmente por SILVA *et al.* (2020)

2.8. Classificação do modo de ruptura

De acordo com HALLGREN (1996) e OLIVEIRA (1998), o modo de ruptura pode ser classificado adotando o critério em função da razão entre a resistência última observada e a resistência à flexão calculada ($P_u / P_{flex} = \varphi$). Quando $\varphi > 1$, o primeiro modo de ruptura se dá por flexão; se $\varphi < 1$, a ruptura se dá por punção; e, se $\varphi \cong 1 \pm 10\%$, as rupturas por flexão e por punção da laje ocorrerão quase que simultaneamente.

Quanto as aberturas de fissuras, as medições indiretas podem indicar o desenvolvimento da fissura crítica durante o processo de ensaio experimental. Segundo GUIDOTTI (2010), o desenvolvimento de fissura crítica se inicia com o

carregamento de aproximadamente 60% da resistência ao cisalhamento (V_R) e se acelera com o carregamento de cerca 80% de V_R , o mesmo fenômeno foi observado por KINNUNEN & NYLANDER (1960). Como mostra as curvas de fissuração na Figura 2.15 para as lajes PG23 e PG24 da série do GUIDOTTI (2010).

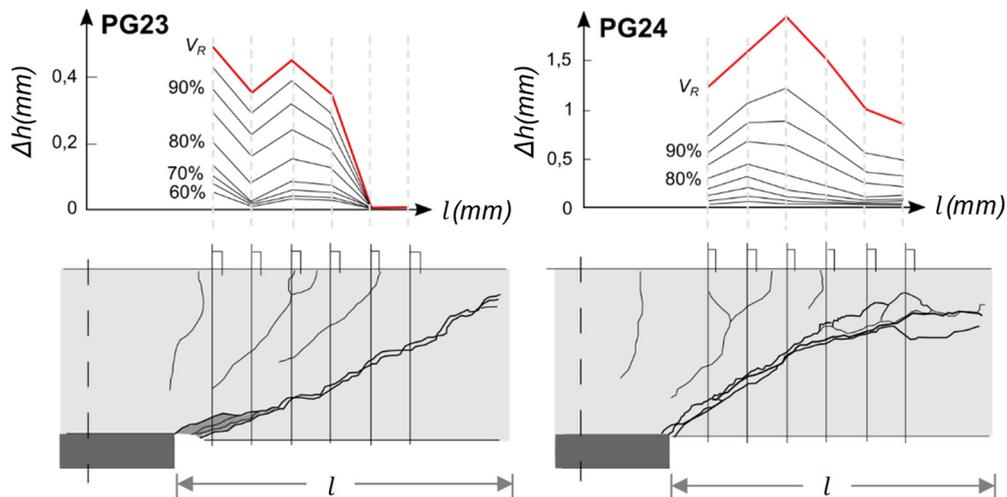


Figura 2.15 – Resultados para os carregamentos das lajes PG23 e PG24 de GUANDALINI (2006) para V entre 60 e 100% de V_R (Adaptação)

2.9. Contribuição da armadura de flexão na resistência à punção

A armadura de flexão é um parâmetro fundamental na resistência à punção das lajes devido ao efeito de pino (FUSCO, 2008; NANA, 2017) que ocorre no momento da abertura das fissuras e devido à tração diagonal (Figura 2.16), proporcionando um reforço longitudinal considerável, e dependendo da qualidade de aderência do concreto com as barras longitudinais. Todavia, o ganho da resistência a punção é irrelevante para taxa de armadura acima de 2%. REGAN & BRAESTRUP (1985) atribuíram um ganho da resistência última a punção até 34% proveniente ao efeito de pino, até 30% seguindo LONG (1975). E que o acréscimo de armadura longitudinal reduz a rotação da laje, fator preponderante para a Teoria da Fissura Crítica (MUTTONI, 2008).

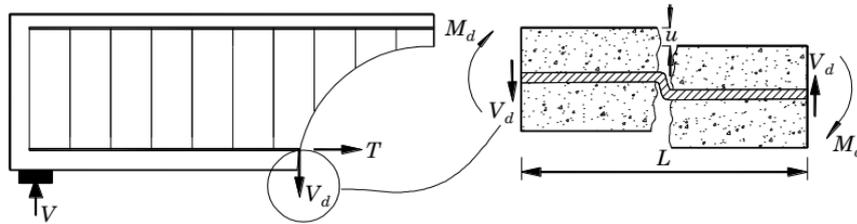


Figura 2.16 – Efeito de pino de armadura à flexão (NANA, 2017)

2.10. Punção com o Método de Elementos Finitos (MEF)

Os Métodos dos Elementos Finitos podem ser usados para fornecer uma visão do comportamento das lajes e prever os possíveis modos de ruptura (HALLGREN, 1996; OŽBOLT *et al.*, 2000; POLAK, 2005; GENIKOMSOU & POLAK, 2015), servindo de suporte na validação dos resultados experimentais. HALLGREN (1996) estudou as lajes de concreto armado com dois modelos dimensionais. Os resultados obtidos por HALLGREN (1996) mostraram que os elementos de continuidade rotacional simétrica podem simular a ruptura por punção. Entretanto, os elementos 2D não podem ser considerados para aplicações onde o reforço ortogonal ou a punção não simétrica devem ser modelados.

OŽBOLT & REINHARDT (2001) examinaram e analisaram lajes de concreto utilizando sistemas tridimensionais com a melhoria da malha e da faixa da fissura através de aproximação dos integrais locais. Os elementos da malha de acordo com POLAK (2005) podem ser razoáveis para grandes estruturas, no entanto, o MEF de lajes de concreto armado de cisalhamento é limitado devido à complexidade na modelagem do reforço à punção. OLIVEIRA *et al.* (2008) usaram o MEF em lajes nervuradas de concreto armado para quantificar as seções mais solicitadas e concluíram que essas seções se encontravam nas intercessões entre nervuras e maciços dos pilares, confirmando a localização onde se dá o somatório dos esforços cortantes que refletem a ocorrência destes problemas através de fissuras inclinadas nesta região (ALBUQUERQUE, 2009).

2.11. Trabalhos realizados sobre lajes com viga faixa

2.11.1. Lau & Clark (2007)

LAU & CLARK (2007) analisaram experimentalmente 20 micros lajes com viga faixa de pilares internas. Observaram que as rupturas de punção apresentadas eram muito semelhantes à ruptura de punção das lajes maciças simples. Porém a capacidade resistente ao cisalhamento pode ser reduzida devido à redução considerável na superfície de ruptura por cisalhamento. O cone de ruptura por punção poderia se formar dentro da viga faixa ou poderia passar, incluindo parte da laje como ilustra a Figura 2.17. Eles concluíram que a ruptura por punção ocorre quando a resistência ao cisalhamento de viga faixa é alcançada. Também investigaram o comportamento à punção na conexão pilar laje com viga faixa (Figura 2.17c). O modo de ruptura observado foi semelhante ao de laje maciça simples, com a presença de momento orthogonal à borda da laje. O momento aplicado aumentou com o aumento da excentricidade do pilar, induzindo a torção nas laterais dos pilares de borda, o que levou na redução de resistência à punção com a perda da área de cisalhamento ou a perda da superfície de ruptura (SACRAMENTO *et al.*, 2018).

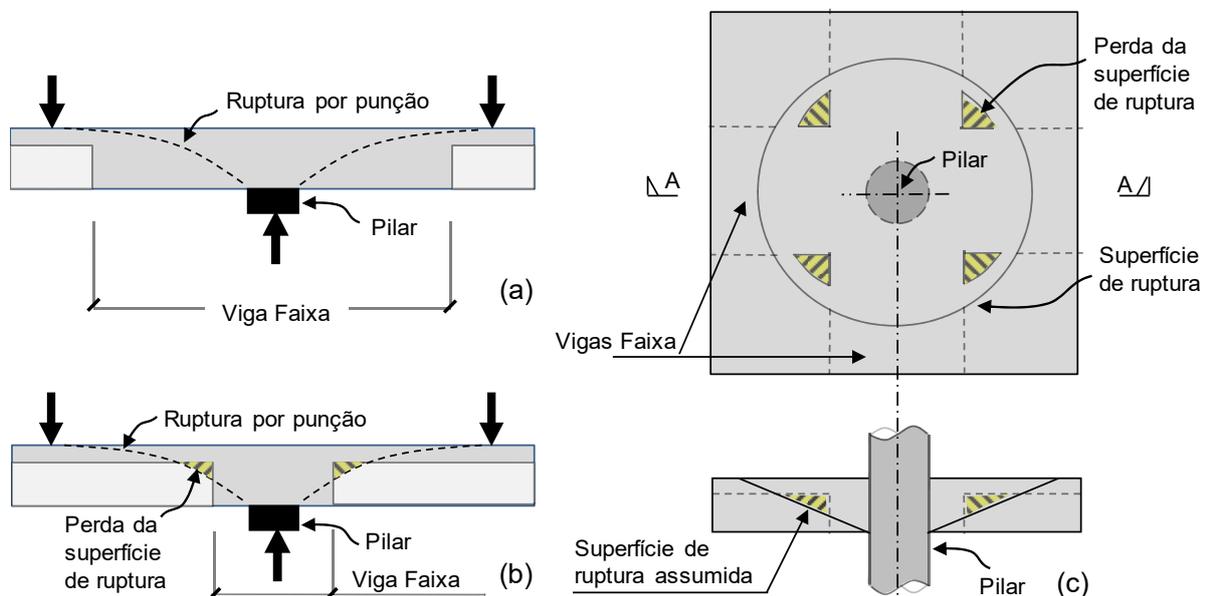


Figura 2.17 – Mecanismo do modo de ruptura por punção de lajes com viga faixa, adaptação LAU & CLARK (2007)

2.11.2. Shuraim & Al-Negheimish (2012)

Usando a hipótese de que as lajes com VF podem ser projetadas da mesma forma que as lajes unidirecionais convencionais nos sistemas de lajes e vigas. Essa abordagem é questionável no trabalho de SHURAIM & AL-NEGHEIMISH (2012) que mostram que o comportamento à flexão das lajes com viga faixa é mais semelhante ao de lajes maciças simples. Os autores investigaram 16 viga faixa continua, submetidas a dois pontos de aplicação de carregamento e afirmaram que o padrão de fissuração da superfície superior é qualitativamente semelhante normalmente à ruptura de punção observada em de lajes planas. A Figura 2.18 mostra os principais padrões de fissuração após o rompimento em três vigas diferentes.



Figura 2.18 – Padrão de ruptura em vigas faixas ensaiadas por SHURAIM & AL-NEGHEIMISH (2012)

2.11.3. Abdelsalam (2017)

ABDELSALAM (2017) estudou um sistema com de lajes com vigas faixas no estado limite de serviço (ELS) e no estado limite último (ELU), utilizando os elementos finitos com as análises lineares elásticas e não linear. O autor considerou um sistema com 3 lajes separadas com vão de 8 m entre eixos de viga faixa, com pilar quadrado de 400 mm e 200 mm de espessura de laje. Como parâmetros, o autor avaliou a influência da largura da viga faixa para o reforço transversal, e a distribuição dos momentos fletores atuando sobre elas.

A largura da viga faixa, segundo ABDELSALAM (2017), é linearmente proporcional ao espaçamento entre viga faixa. Devido à falta de dados experimentais para validação, a comparação das larguras das fissuras foi concluída essencialmente relativa pelo autor. Quanto a punção o autor avaliou a influência da variação da taxa de armadura transversal e longitudinal. Comparando os resultados obtidos pelo

método de elementos finitos com o *software ATENA v. 5.1.1* e o modelo analítico de EC2 (EC, 2004), o autor concluiu que o EC2 superestima a resistência à punção de viga faixa tanto para ligação com o pilar interno ou com o pilar de bordo. Segundo o autor, isso pode ocorrer porque a resistência à punção das lajes analisadas está próxima da capacidade de flexão.

2.11.4. Sacramento *et al.* (2018)

SACRAMENTO *et al.* (2018) investigaram experimentalmente o comportamento das lajes nervuradas com viga faixa com objetivo de avaliar a resistência à punção e ao cisalhamento, sendo duas bidirecionais apoiadas no centro (pilar), carregando nas quatro bordas; e duas unidirecionais apoiadas nas duas bordas da direção x apenas, com aplicação de carga no centro, três lajes possuíram armadura de cisalhamento nas nervuras, Figura 2.19 ilustra suas as dimensões. As solicitações no meio do vão foram através de um pilar quadrado com lado igual a 200 mm e espessura de 50 mm.

De acordo SACRAMENTO *et al.* (2018), as condições de contorno influenciam o comportamento estrutural das lajes e modificam significativamente o desempenho delas. O aumento da altura da viga faixa proporciona deslocamentos menores (L4) por apresentar maior área de concreto da seção transversal, resultando em maior momento de inércia e, conseqüentemente, uma rigidez maior aos deslocamentos. E a armadura de cisalhamento nas nervuras proporciona um comportamento mais dúctil quando comparado à laje sem treliças (L1).

Também os resultados, tanto experimentais como computacionais, mostraram que a ligação viga-faixa-nervuras é um ponto crítico de projeto devido à diferença de rigidez na zona de transição. Os melhores resultados para estimar a resistência última das lajes foi fornecido pelo EC2 (CEN, 2004), enquanto as estimativas da ACI 318 (ACI, 2008) e da NBR 6118 (ABNT, 2014) foram, respectivamente, conservadoras e contra a segurança. Os resultados dos ensaios também mostraram que a recomendação da norma brasileira em adotar procedimentos de análise das lajes nervuradas como lajes maciças não forneceram resultados satisfatórios, tabelas 3.1 e 3.2.

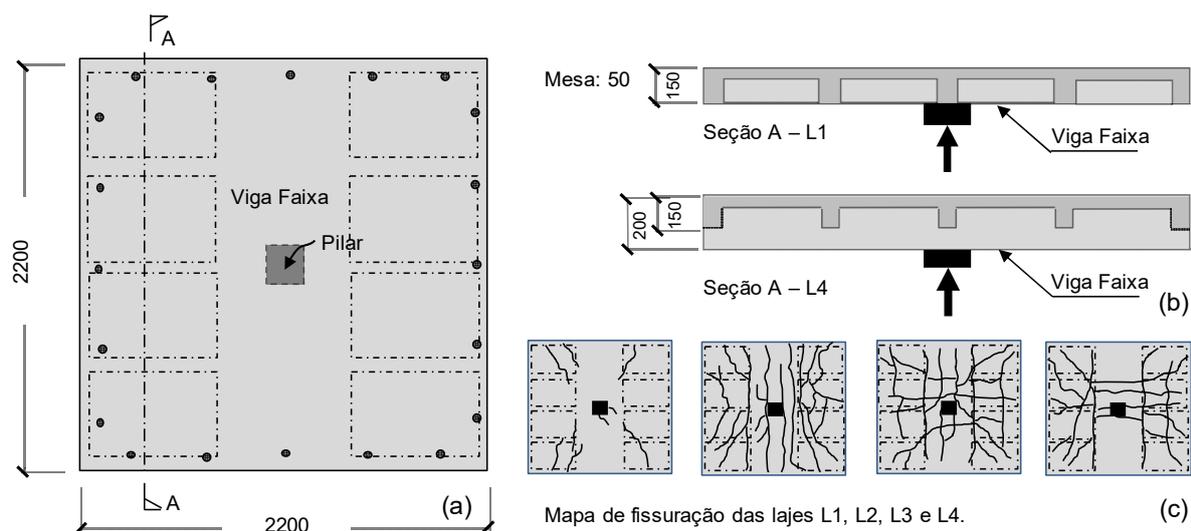


Figura 2.19 – (a) Dimensões das lajes ensaiadas (b) Cortes da seção AA (c) Mapa de fissuração (SACRAMENTO *et al.*, 2018)

Tabela 2.3 – Resultados ao cisalhamento das nervuras como viga (SACRAMENTO *et al.*, 2018)

Laje	d_{wb} [mm]	d_{rib} [mm]	P_u^* [kN]	$P_{u,ribs}^{**}$ [kN]	$P_{u,ACI}$ [kN]	$\frac{P_{u,ribs}}{P_{u,ACI}}$	$P_{u,EC}$ [kN]	$\frac{P_{u,ribs}}{P_{u,EC}}$	$P_{u,NBR}$ [kN]	$\frac{P_{u,ribs}}{P_{u,NBR}}$
L1	115	115	140,5	140,5	85,0	1,65	120,0	1,17	160,0	0,88
L2			168,0	168,0		1,71		1,29		0,95
L3	176		360,0	120,0	98,0	1,22	131,0	0,92	176,0	0,68
L4	226		365,0	121,7		1,24		0,93		0,69

(*): carga de ruptura da laje; **carga experimental observada na direção das nervuras no instante da ruptura.

Tabela 2.4 – Resultados ao cisalhamento como laje maciça de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) (SACRAMENTO *et al.*, 2018)

Laje	d_{rib} [mm]	d_{eq}^* [mm]	P_u [kN]	$P_{u,NBR,drib}$ [kN]	$\frac{P_u}{P_{u,NBR,drib}}$	$P_{u,NBR,deq}$ [kN]	$\frac{P_u}{P_{u,NBR,deq}}$
L1			140,5		0,44		0,67
L2	115	59	168,0	316,2	0,53	210,1	0,80
L3			360,0		1,14		1,71
L4			365,0		1,15		1,74

(*): altura útil equivalente; estimativa da resistência ao cisalhamento à altura útil das nervuras.

3. ANÁLISE COMPUTACIONAL

3.1. Considerações Iniciais

Dois programas foram utilizados para análises pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), *ABAQUS v.6.14* e *SAP2000 v.22.0.0*. O primeiro foi usado para simular o comportamento não-linear das lajes com viga faixa. O segundo para alisar o comportamento à flexão na distribuição dos momentos fletores.

3.2. Análise não-linear

3.2.1. Configuração do modelo

Com o intuito de analisar a influência da taxa de amadura no comportamento da flexão em laje nervurada de concreto armado com viga faixa sem armadura de cisalhamento, foi feita as análises não-linear do modelo adotado com configurações ilustradas na Figura 3.1, e com características apresentados na Tabela 3.1. Três lajes lisas nervuradas quadradas bidirecionais de concreto armado com viga faixa, com 1.800 mm de lado e 150 mm de espessura, com o carregamento concentrado aplicado de baixo para cima no meio do vão do pilar quadrada com 120 mm de lado e 100 mm de espessura, fazendo a ligação laje-pilar, com a taxa de armadura variando de 0,5% a 1,5%.

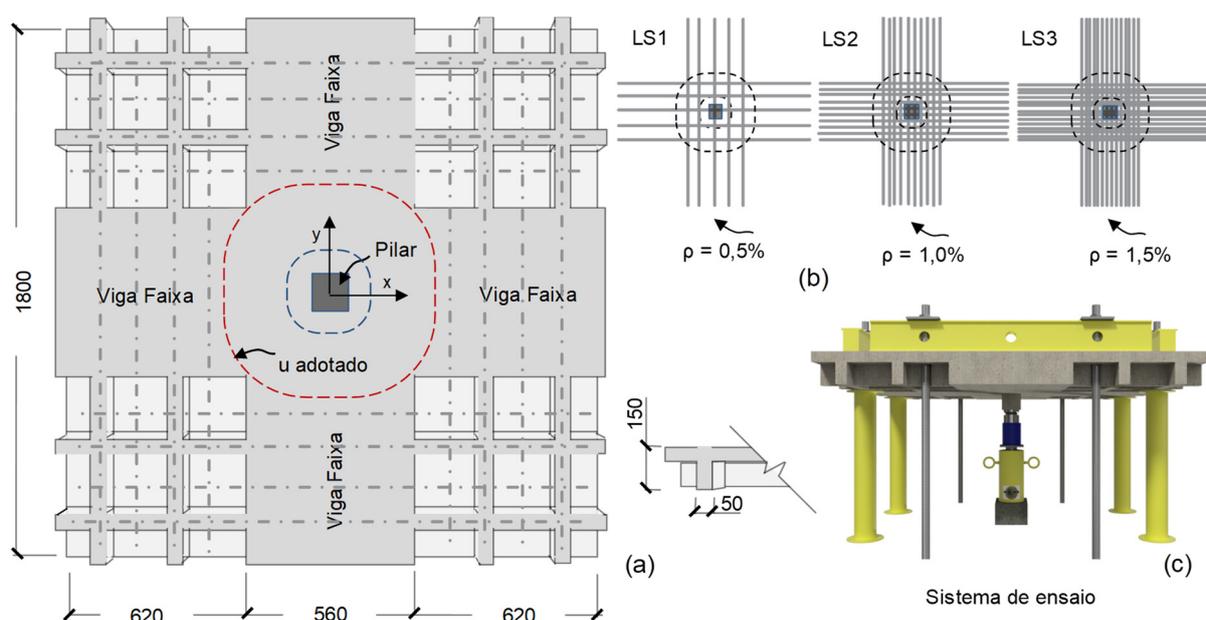


Figura 3.1 – Modelo para análise

Tabela 3.1 – Características das lajes

Laje	Tipo	ρ [%]	f_c [MPa]	$d_{x,y}$ [mm]
L1		0,5		
L2	Viga faixa	1,0	30	130
L3		1,5		

As simulações numéricas de método por elementos finitos foram realizadas com o software *ABAQUS*. Foram utilizados elementos do tipo *solid* para modelar a laje e o pilar. Cada elemento da malha do concreto possui um tamanho máximo de 30 mm em todas as lajes modeladas, representado por elemento de volume do tipo C3D8R (C: Continue; 3D: 3 dimensões; 8: 8 nós e R: Integração Reduzida) disponível em *Abaqus/explicit* e teve o comportamento mecânico elastoplástico, *CDP* (*Concrete Damaged plasticity*) representado através da relação da curva tensão-deformação do concreto sob compressão (Figura 3.2) de acordo com a norma MC90 (CEB-FIP, 1990). Os parâmetros de dano e plasticidade do modelo *CDP* adotados para a modelagem estão apresentados na Tabela 3.2. Para as barras de aço foi utilizado o modelo *wire* e aplicado o elemento tridimensional (T3D2) do tipo *truss*. A aderência da armadura com o concreto foi simulada através da ligação do tipo *embedded region*, a qual considera uma aderência perfeita, ou seja, sem escorregamentos da barra. As restrições foram introduzidas no centro das chapas por onde haverá a passagem dos tirantes para fixação da laje. Tanto a ligação do pilar com a laje como das chapas foi adotada como *constraint* do tipo *tie* que considera a aderência perfeita entre as superfícies de contato.

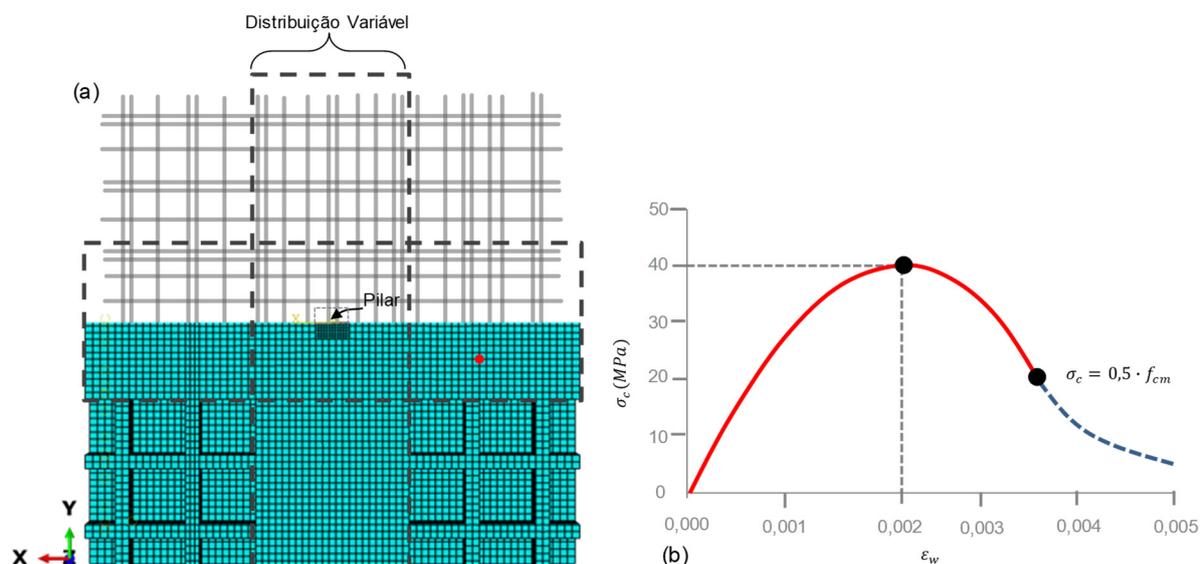


Figura 3.2 – (a) Malha e (b) Diagrama de tensão-deformação do concreto adotado

Tabela 3.2 – Parâmetros adotados no modelo *CDP*

Ψ	ε	μ	K_c	σ_{b0}/σ_{c0}
36°	0,1	0,0001	0,667	1,16

Ψ : Ângulo de dilatação, ε : Excentricidade, μ : Viscosidade, K_c : Parâmetro de forma e σ_{b0}/σ_{c0} : Relação entre compressão biaxial e uniaxial de acordo GENIKOMSOU & POLAK (2015).

3.2.2. Segurança global

Segundo o MC10 (*fib*, 2010), o conceito da segurança global pode ser aplicado na análise computacional de acordo a Equação 3.1 e a incerteza é definida como a razão entre a resistência experimental e a resistência do modelo computacional (R_{exp}/R_{comp}), que pode ser considerada como uma variável aleatória de uma função de distribuição normal - descrita pela média (M) e pelo coeficiente de variação (SD). Assim, os fatores de ajustes de segurança parcial para minimização das incertezas do modelo podem ser derivados através desses parâmetros estatísticos.

$$S_d \leq R_d$$

Equação 3.1

Sendo:

S_d e R_d respectivamente solicitação e resistência de cálculo ($R_d = R_{comp}/\gamma_R$), onde o fator de segurança global, $\gamma_R = \gamma_m \cdot \gamma_{Rd}$, produto dos fatores de segurança parciais devido ao material e ao modelo de resistência. Vale ressaltar que não se usa o fator de segurança global em laboratório, no caso de trabalho experimental, o resultado da resistência experimental é tomado como referência de comparação. No entanto, os resultados experimentais apresentam variabilidades ou efeitos aleatórios devidos aos fatores influenciadores como, a resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura, a configuração geométrica, o modo de execução de ensaio, etc. Portanto, para identificar as incertezas puras do modelo, é essencial reduzir ao mínimo os efeitos desses fatores influenciadores (KADLEC & CERVENKA, 2015).

3.3. Análise linear

Empregou-se o programa computacional SAP2000 para análise linear. A mesa e a região da viga faixa foram representadas por elementos de casca (*shell*) e as nervuras por elementos de barra (*frame*). Optou-se por considerar as excentricidades existentes entre os elementos, uma vez que, segundo DIAS (2003), a desconsideração dessa excentricidade pode subestimar a contribuição das nervuras na rigidez da estrutura. Os modelos foram discretizados em função da distância entre os eixos das nervuras, das dimensões da região maciça e também da posição dos apoios, como mostra a Figura 3.3. Adotou-se concreto com resistência à compressão (f_c) de 30 MPa, módulo de elasticidade de 23 GPa e coeficiente de poisson (ν) igual a 0,2. Os apoios foram considerados do primeiro gênero e a carga foi aplicada de baixo para cima. Visando facilitar a relação entre os resultados numéricos e experimentais, considerou-se carregamento total igual a 1 kN.

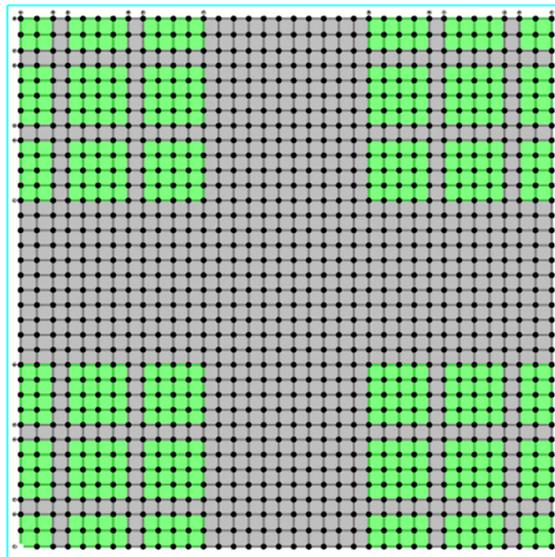


Figura 3.3 – Discretização do modelo

3.4. Resultados da análise computacional

3.4.1. Deslocamentos verticais e deformações com ABAQUS

Foram medidos os deslocamentos verticais ao longo do comprimento da laje para visualizar a configuração deformada com aplicação da carga. A Figura 3.4 mostra a configuração deformada observada, a laje L1 com a taxa geométrica de 0.5%

apresenta maiores deslocamentos. À medida que a taxa foi elevada, houve uma redução dos deslocamentos, tornando os modelos mais rígidos.

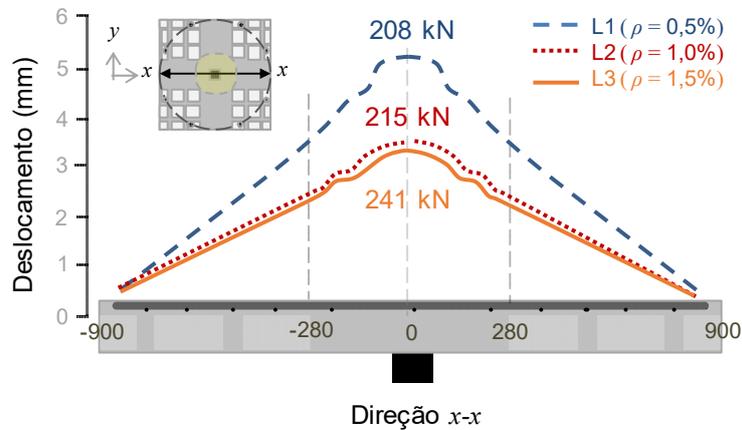


Figura 3.4 – Configuração da flecha ao longo do comprimento da laje

De acordo com a Figura 3.5, pode-se observar que as armaduras à flexão das lajes não atingiram a deformação de escoamento no instante da ruptura para todos os modelos. Porém, a laje com a taxa de armadura de 0,5 % apresentou a maior deformação, com o valor máximo de 2,0 ‰ nas barras centrais. As armaduras fora da viga faixa atingiram um nível muito baixo de solicitação.

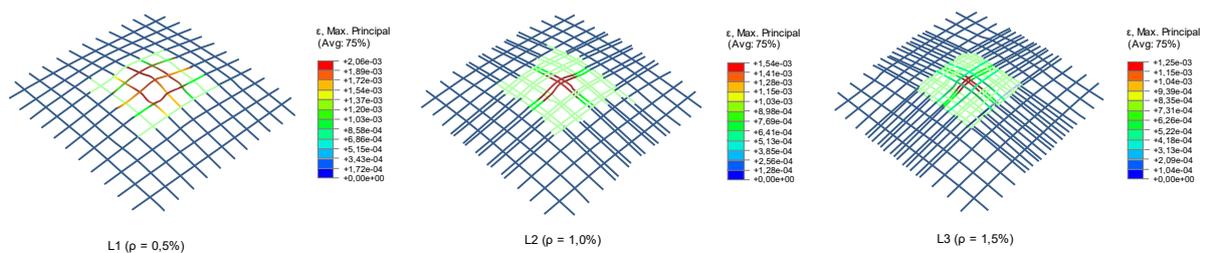


Figura 3.5 – Deformações das armaduras de flexão

3.4.2. Distribuição dos momentos fletores e tensões normais pelo SAP2000

Esta análise permitiu avaliar a distribuição dos momentos fletores máximos e tensões normais ao longo do comprimento da laje. Estes foram medidos ao longo dos eixos BB e AA. Conforme pôde se observar na Figura 3.6, a distribuição dos momentos na fronteira com a viga faixa apresentou momentos superiores comparado

a curva dos momentos fletores do meio da laje. Observe-se também a concentração das as tensões normais em torno do pilar.

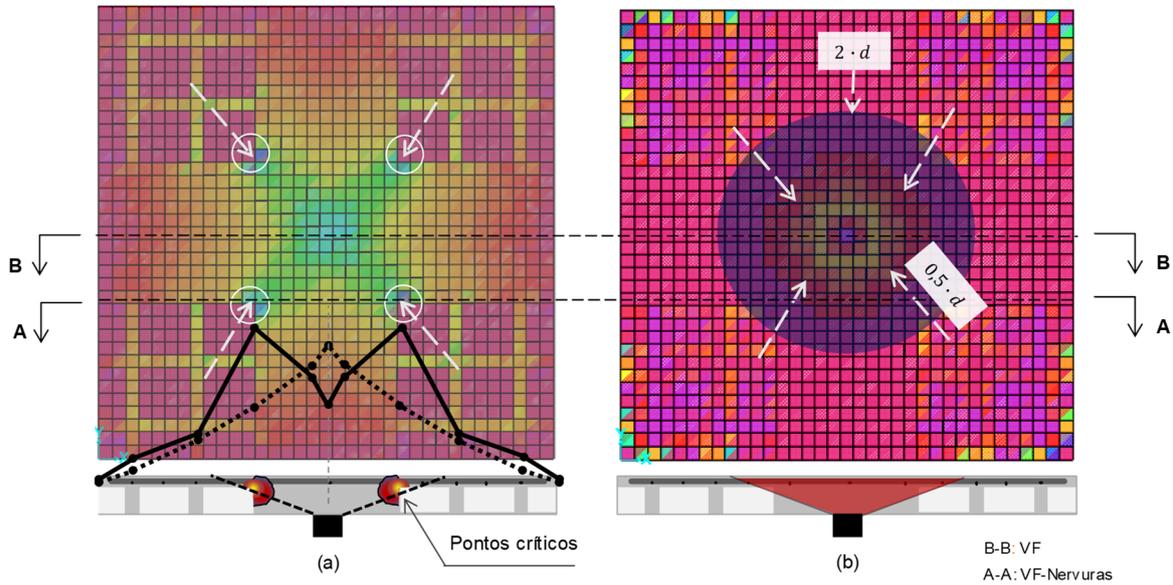


Figura 3.6 – Distribuições dos momentos fletores e tenções normais

3.5. Análise dos resultados

3.5.1. Influência da taxa de armadura na rotação de acordo com a TFC

A Figura 3.7 mostra a variação da rotação em relação ao punçionamento. Percebe-se que o valor da rotação diminui com o aumento da taxa de armadura, ou seja, o aumento da resistência à punção é gerado pela rigidez da viga faixa (SACRAMENTO *et al.*, 2018).

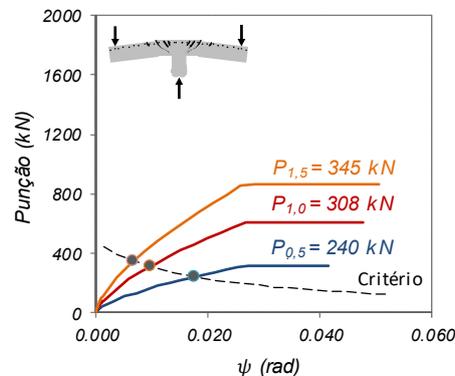


Figura 3.7 – Variação da rotação em relação à punção de acordo com a teoria de Fissura Crítica (MUTTONI, 2008)

3.5.2. Comparações com os modelos analíticos

Na Tabela 3.3, e na Figura 3.8a, foram comparados os resultados das simulações computacionais (P_c) com as previsões das normas (P_{norm}). Em geral, todos os modelos ficaram abaixo da média. Então, foi observada uma aproximação nos resultados entre a EC2 (CEN, 2004), a NBR 6118 (ABNT, 20014) e o modelo da fissura crítica do MUTTONI (2008), (P_{TFC}), com praticamente o mesmo coeficiente de variação de 10% a 13%. Os resultados mais satisfatórios foram com a ACI 318 (ACI, 2019) que chegou a apresentar uma média de 93% e um coeficiente de variação de 8%. Portanto, comparando os resultados da teoria de fissura crítica com os resultados das prescrições normativas (P_{norm}) na Tabela 3.4, Figura 3.7b, observe-se que o EC2 (CEN, 2010) e a NBR 6118 (ABNT, 2014) são os mais que se aproximaram da teoria de fissura crítica com baixíssima variabilidade de 1% e o mais satisfatório foi o EC2 (CEN, 2010) com a média de 99%.

Vale ressaltar a falta de considerar a taxa de armadura longitudinal no cálculo da resistência de punção para o modelo simplificado da ACI 318 (ACI, 2019) resultou em variabilidade de 18% dos resultados. Nas figuras 3.9 a 3.11, foram comparados os resultados da resistência à punção pela teoria de fissura crítica em relação à rotação. Foi anotado que quanto menor for a taxa de armadura longitudinal maior será a rotação; consequentemente, o aumento da taxa de armadura, diminui a rotação.

Tabela 3.3 – Punção computacional sobre os modelos analíticos

Laje	ρ [%]	d [mm]	f_c [MPa]	P_c [kN]	P_{ACI} [kN]	P_{EC2} [kN]	P_{NBR} [kN]	P_{TFC}^* [kN]	$\frac{P_c}{P_{ACI}}$	$\frac{P_c}{P_{EC2}}$	$\frac{P_c}{P_{NBR}}$	$\frac{P_c}{P_{TFC}}$
L1	0,5			204		244	276	240	0,86	0,84	0,74	0,85
L2	1,0	130	30	214	237	307	348	308	0,90	0,70	0,61	0,69
L3	1,5			240		352	399	345	1,01	0,68	0,60	0,70
Media									0,93	0,74	0,65	0,75
Desvio Padrão									0,08	0,08	0,08	0,09
Coeficiente de Variação									0,08	0,11	0,12	0,13

(*): de acordo o critério de ruptura do MUTTONI (2008)

Tabela 3.4 – Punção via TFC sobre os modelos analíticos

Laje	ρ [%]	d [mm]	f_c [MPa]	P_{TFC}^* [kN]	P_{ACI} [kN]	P_{EC2} [kN]	P_{NBR} [kN]	$\frac{P_{TFC}}{P_{ACI}}$	$\frac{P_{TFC}}{P_{EC2}}$	$\frac{P_{TFC}}{P_{NBR}}$
L1	0,5			240		244	276	1,01	0,98	0,87
L2	1,0	130	30	308	237	307	348	1,30	1,00	0,88
L3	1,5			345		352	399	1,46	0,98	0,87
Medía								1,26	0,99	0,87
Desvio Padrão								0,22	0,01	0,01
Coefficiente de Variação								0,18	0,01	0,01

(*) : de acordo o critério de ruptura do MUTTONI (2008)

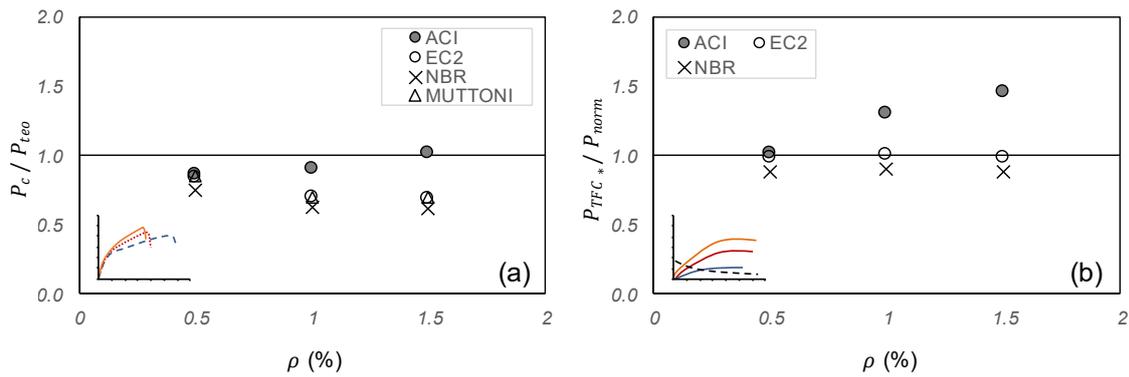


Figura 3.8 – Influência da taxa de armadura na comparação dos modelos

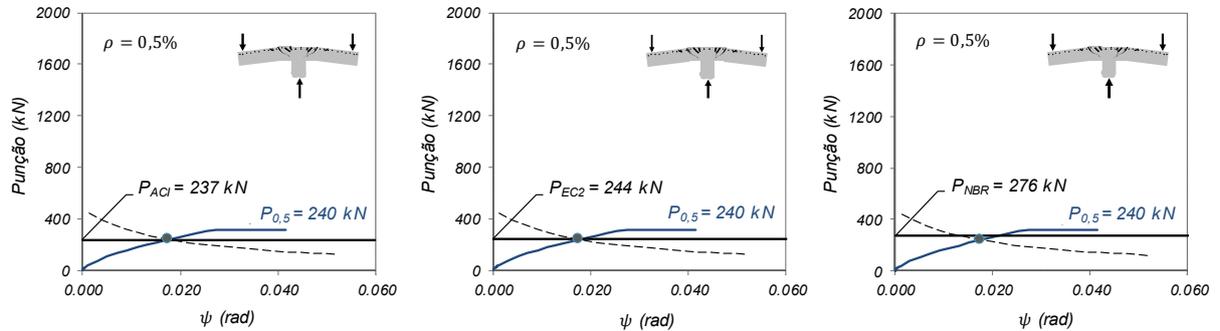


Figura 3.9 – Comparação dos valores normativos com 0,5% de taxa de armadura à flexão

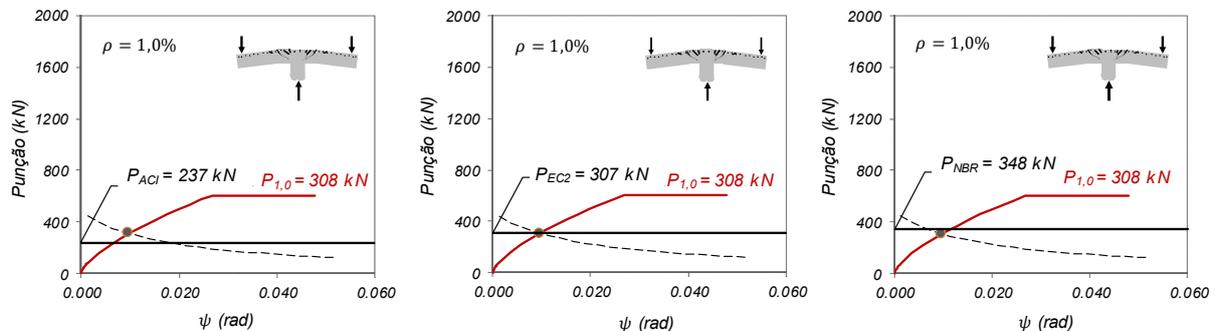


Figura 3.10 – Comparação dos valores normativos com 1,0% de taxa de armadura à flexão

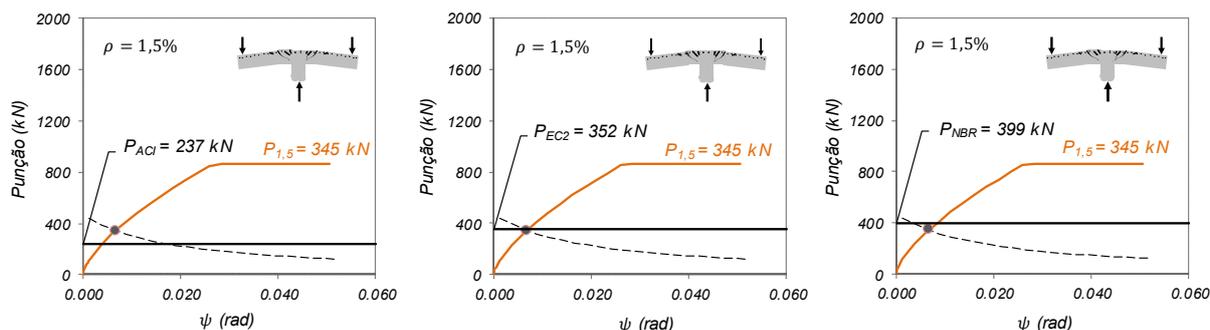


Figura 3.11 – Comparação dos valores normativos com 1,5% de taxa de armadura de flexão

3.5.3. Influência da faixa e das nervuras na resistência ao cisalhamento

Foram calculadas as resistências ao cisalhamento de acordo com as normas ACI 318 (ACI, 2019), EC2 (CEN, 2004) e NBR 6118 (ABNT, 2014). Como parâmetros foram usados dois valores de b_w , o valor de 560 mm para a viga faixa e o valor de 50 mm para a nervura. Como o valor do momento máximo está localizado na região em torno do pilar (Figura 3.12), da viga faixa, pode-se estimar o valor da parcela de cisalhamento da nervura, dividindo o valor de cisalhamento máximo ($b_w = 560$ mm) pelo número das nervuras (n) ligada à viga faixa, que deve ser igual ao valor da resistência calculada com b_w de 50 mm. Considerou-se uma só direção da viga faixa para o número das nervuras, pois o comportamento é similar na outra direção. A Tabela 3.5 apresenta os resultados, em que se pode observar os resultados satisfatórios com média de 0,95 e coeficiente de variação de $\approx 2\%$. Também foi observado o mesmo comportamento da variação da tensão de cisalhamento em relação à taxa de armadura, tanto na viga faixa, quanto na nervura (Figura 3.13). O valor da tensão de cisalhamento máxima é aproximadamente 10 vezes maior.

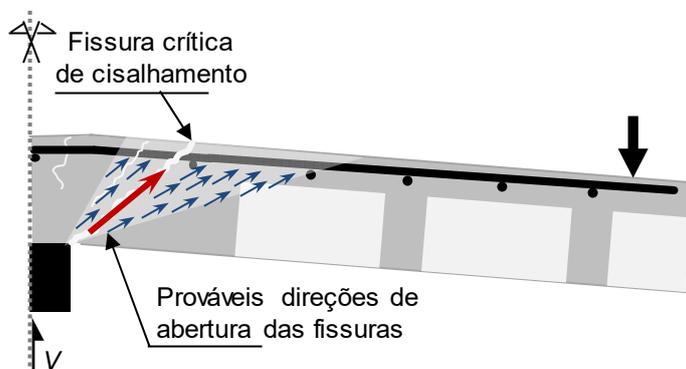


Figura 3.12 – Aberturas de fissuras de cisalhamento ao bordo da viga faixa-nervura

Tabela 3.5 – Tensão de cisalhamento teórico nas nervuras

Laje	ρ [%]	VF			Nervura ($b_w = 50$ mm)								
		$(b_w = 560$ mm)			$n = 12$								
		V_{ACI} [kN]	V_{EC2} [kN]	V_{NBR} [kN]	V_{ACI^*} [kN]	$V_{ACI^{**}}$ [kN]	V_{EC2^*} [kN]	$V_{EC2^{**}}$ [kN]	V_{NBR^*} [kN]	$V_{NBR^{**}}$ [kN]	$\frac{V_{ACI^*}}{V_{ACI^{**}}}$	$\frac{V_{EC2^*}}{V_{EC2^{**}}}$	$\frac{V_{NBR^*}}{V_{NBR^{**}}}$
L1	0,5	66,6	64,6	149,6	5,6	5,9	5,4	5,8	12,5	13,4	0,95	0,93	0,93
L2	1,0	66,6	81,4	188,5	5,6	5,9	7,0	7,3	16,0	16,8	0,95	0,96	0,95
L3	1,5	66,6	93,2	215,8	5,6	5,9	8,3	8,3	18,0	19,3	0,95	0,96	0,93
Media											0,95	0,95	0,94
Desvio Padrão											-	0,02	0,01
Coefficiente de Variação											-	2%	1%

*: cisalhamento calculado com $b_w = 560$ mm e dividido pelo número de nervuras; **: cisalhamento calculado com $b_w = 50$ mm.

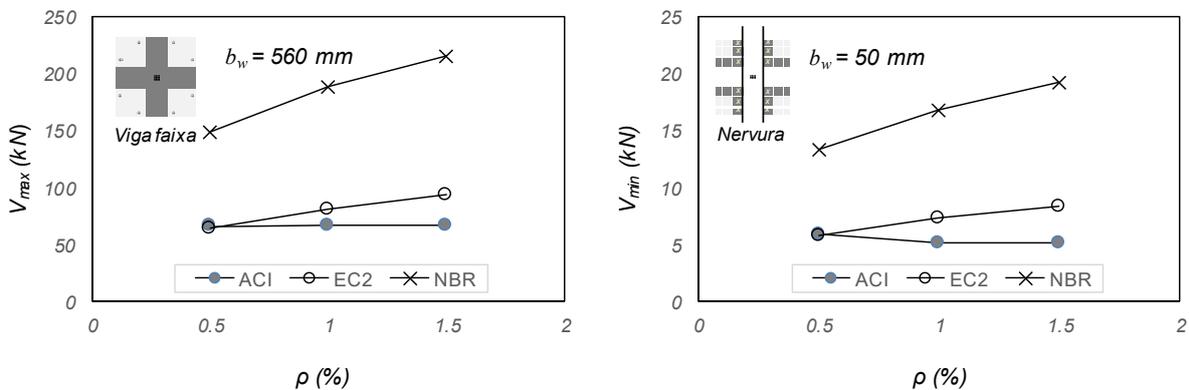


Figura 3.13 – Influência da taxa de armadura de flexão na comparação de V_{max} (VF) e V_{min} (Nervura)

3.5.4. Resistência à flexão

As tabelas 3.6 e 3.7 apresentam os resultados das resistências à flexão pelo método da teoria de fissura crítica ($P_{flexTFC}$) (MUTTONI, 2008) e pelo método da teoria de linha de ruptura ($P_{flexTLR}$), de acordo com OLIVEIRA (2003). Por conseguinte, estes foram comparados com os valores da punção normativas. Os resultados mostram claramente que quando se aumenta a taxa de armadura, aumenta a rigidez da estrutura, justificando o aumento considerável de esforços cisalhantes na viga faixa que prejudica a resistência à punção (SACRAMENTO *et al.*, 2018), como mostra a Figura 3.14. O aumento da resistência à flexão tende a aumentar a resistência à punção (Figura 3.15). O comportamento da flexão é idêntico em duas teorias abordadas, com valor um pouco superior na estimacão com a teoria de fissura crítica.

Tabela 3.6 – Resistência à flexão estimada através da Teoria da Fissura Crítica

Laje	ρ [%]	$P_{flexTFC}$ [kN]	$\frac{P_{ACI}}{P_{flexTFC}}$	$\frac{P_{EC2}}{P_{flexTFC}}$	$\frac{P_{NBR}}{P_{flexTFC}}$	$\frac{P_{TFC}}{P_{flexTFC}}$	$\frac{P_c}{P_{flexTFC}}$
L1	0,5	315	0,75	0,77	0,88	0,76	0,65
L2	1,0	603	0,35	0,51	0,58	0,51	0,35
L3	1,5	864	0,27	0,41	0,46	0,40	0,28
Media			0,47	0,56	0,64	0,56	0,43
Desvio Padrão			0,25	0,19	0,22	0,19	0,20
Coefficiente de Variação			0,53	0,34	0,34	0,33	0,45

Tabela 3.7 – Resistência à flexão estimada através da Teoria das Linhas de Ruptura

Laje	ρ [%]	$P_{flexTLR}$ [kN]	$\frac{P_{ACI}}{P_{flexTLR}}$	$\frac{P_{EC2}}{P_{flexTLR}}$	$\frac{P_{NBR}}{P_{flexTLR}}$	$\frac{P_{TFC}}{P_{flexTLR}}$	$\frac{P_c}{P_{flexTLR}}$
L1	0,5	297	0,80	0,82	0,93	0,81	0,69
L2	1,0	567	0,42	0,54	0,61	0,54	0,38
L3	1,5	812	0,29	0,43	0,49	0,42	0,30
Media			0,50	0,60	0,68	0,59	0,45
Desvio Padrão			0,26	0,20	0,23	0,20	0,21
Coefficiente de Variação			0,53	0,33	0,34	0,33	0,46

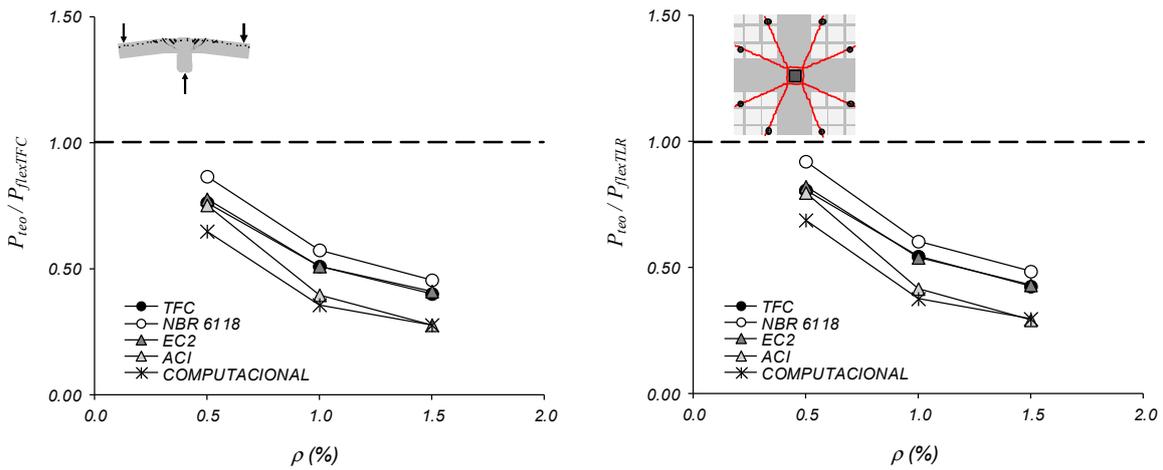


Figura 3.14 – Comparações com as normas

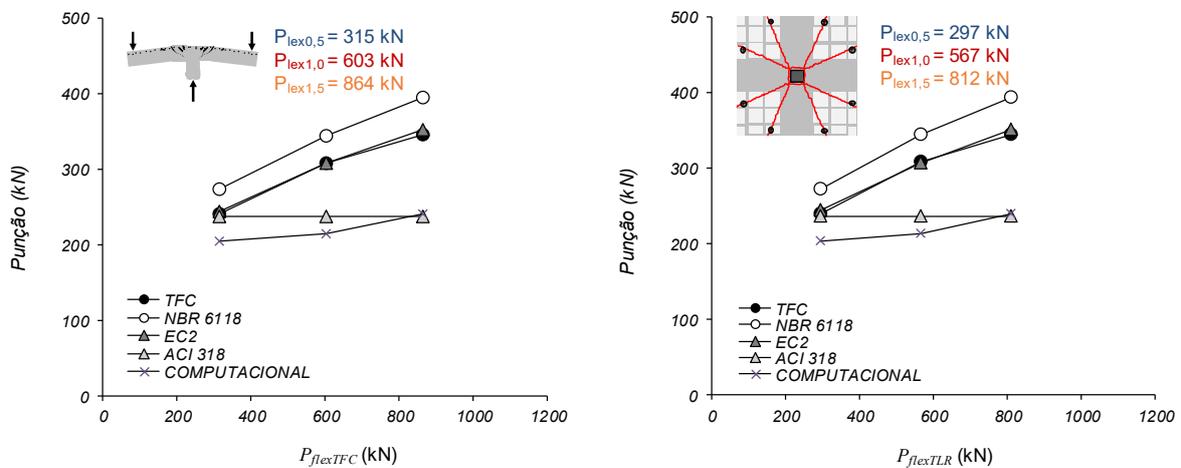


Figura 3.15 – Comparação do comportamento à flexão entre a teoria da fissura crítica e a teoria de linha de ruptura

3.5.5. Análise da resistência à flexão

Após as análises das resistências à flexão nos dois modelos de cálculo, foi possível observar um comportamento linear da resistência à flexão em relação a taxa de armadura. Na Figura 3.16 tendo como base os parâmetros utilizados para o cálculo do momento fletor, e como os dois modelos usam a mesma formulação do cálculo do momento crítico, foi possível observar a mesma tendência nos resultados e a mesma variabilidade entre $P_{flexTFC}$ em relação a $P_{flexTLR}$ que gira em torno de 6%. Observe-se também que o valor da flexão tende a dobrar, a triplicar com enrijecimento da estrutura (aumento da taxa de armadura de flexão). Segundo ALBUQUERQUE (2009), esse comportamento de superestimação da resistência de flexão está relacionado com fato de considerar a altura total da laje. Neste racio, vários autores adotam a altura efetiva para estimação da resistência à flexão através da teoria de linhas de ruptura, pois altos valores são desfavoráveis a segurança. Assim sendo, procurou-se investigar outro fenômeno que pode influenciar diretamente ou indiretamente na resistência de punção, como a esbeltez da laje que está relacionada a uma ação do arco no momento do carregamento da estrutura.

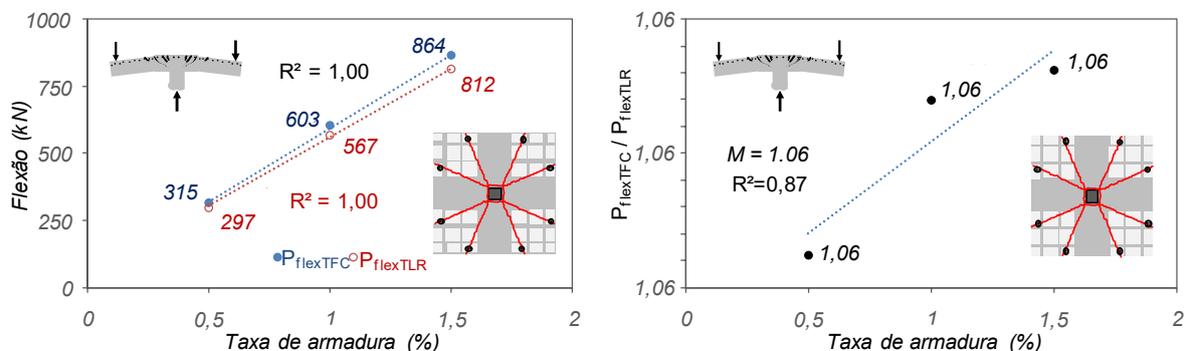


Figura 3.16 – Influência de taxa de armadura (a) na resistência à flexão e (b) na relação $P_{flexTFC}/P_{flexTLR}$.

4. ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA AO PUNÇONAMENTO

4.1. Considerações Iniciais

O banco de dados é inicialmente utilizado para avaliar os parâmetros que podem influenciar na resistência à punção através da comparação dos valores da punção experimentais (P_u) encontrados na literatura sobre os valores analíticos das normas (P_{norm}). Os parâmetros considerados são, a resistência a compressão, a altura útil, a largura do pilar e a taxa de armadura longitudinal. O banco de dados é, então, empregado para ajustar as equações das normas com a inclusão do coeficiente de esbeltez da laje (i_s). O método desenvolvido se aplica para as lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento.

4.2. Banco de dados

O comportamento à flexão das lajes nervuradas como viga faixa é igual às lajes maciças planas, como demonstraram nas duas teoria comparadas e assim foram buscados nas literaturas (ALBUQUERQUE, 2009; ELSTNER & HOGNESTAD, 1956; JAHANGIR, 2009; KINNUNEN & NYLANDER, 1960; MARZOUK, 1991; MARZOUK, 2009; RUIZ *et al.*, 2013 e REGAN *et al.*, 1979) os ensaios experimentais ao puncionamento em lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento, cujos parâmetros considerados para a análise foram a resistência à compressão do concreto (f_c), a altura efetiva (d), a largura do pilar (c) e a taxa de armadura à flexão (ρ). No total 89 lajes foram analisadas no banco de dados. O resumo dos parâmetros está apresentado na Tabela 4.1. A Figura 4.1 mostra a distribuição dos parâmetros escolhidos e na sequência será abordado o desenvolvimento das análises. Os resultados detalhados do banco de dados estão apresentados no apêndice D deste trabalho.

Tabela 4.1 – Resumo do banco de dados com 89 lajes analisadas

Ref.	f_c [MPa]	d [mm]	c [mm]	ρ [%]	n^*
Albuquerque (2009)	55,9	126 -130	120	0,47	6
Elstner & Hognestad (1956)	14,6 – 50,5	118	254 - 356	0,48 - 3,74	17
Jahangir (2009)	28,2 – 41,9	50 - 60	120	0,50 -1,50	15
Kinnunen & Nylander (1960)	21,8 – 28,8	117 - 128	106 - 300	0,48 – 2,18	18
Marzouk (1991)	30 – 80	70 - 125	150 - 300	0,47 – 2,37	17
Marzouk (2009)	34 – 70	105 - 113	250	0,40 – 1,88	3
Regan <i>et al.</i> (1979)	21,7 – 37,8	64 - 128	80 - 200	0,75 – 1,20	9
Ruiz <i>et al.</i> (2013)	36,5 – 37,8	102	130	0,25 – 1,41	4
Σ	14,6 – 80,0	50 - 130	80 - 356	0,25 – 3,74	89

n^* : número das lajes. Note: Tabela expansiva do BD apêndice D.

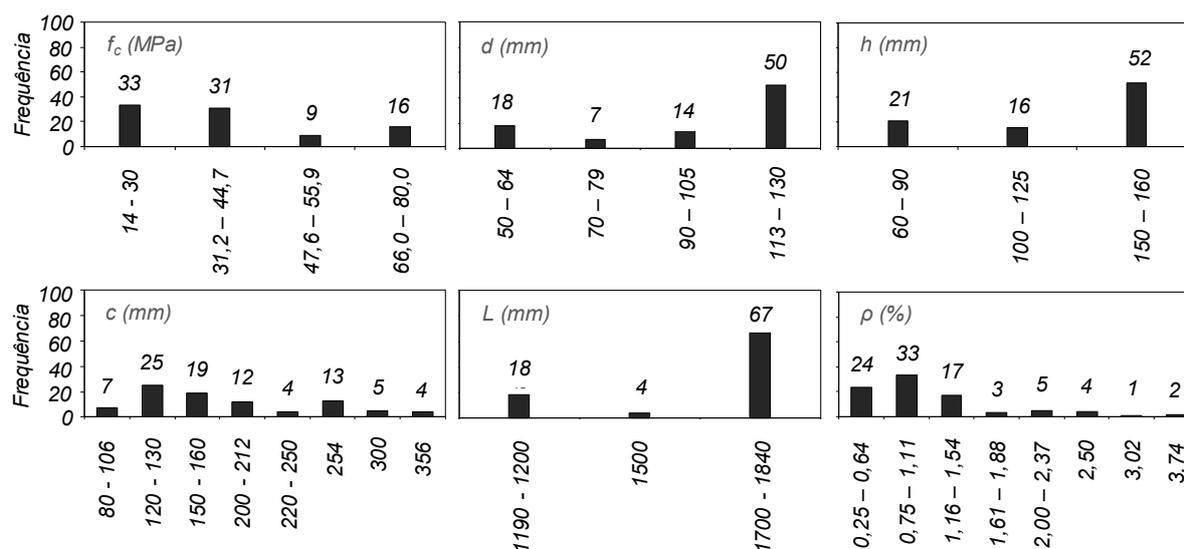


Figura 4.1 – Distribuições das lajes

4.3. Análise dos resultados do banco de dados

Avaliando a correlação dos resultados experimentais e analíticos das normas em termo do R^2 (Figura 4.2), pode-se observar menor correlação de 55% com a ACI 318 (ACI, 2019), enquanto o EC2 (CEN, 2010) e a NBR 6118 (ABNT, 2014) possuem praticamente a mesma porcentagem em torno de 83% (figuras 4.2 e 4.3). Usou-se os criterios de análise de dispersão proposto por COLLINS (2001), *Demerit Points*

Classification (DPC) para avaliar os níveis de segurança e conservadorismo, conforme as classificações apresentadas na Tabela 4.2, adaptada de MORAES NETO (2013). Neste sentido, foi considerada a relação $\beta = P_u/P_{norm}$, que relaciona a carga de ruptura experimental com as capacidades resistentes analíticas das normas.

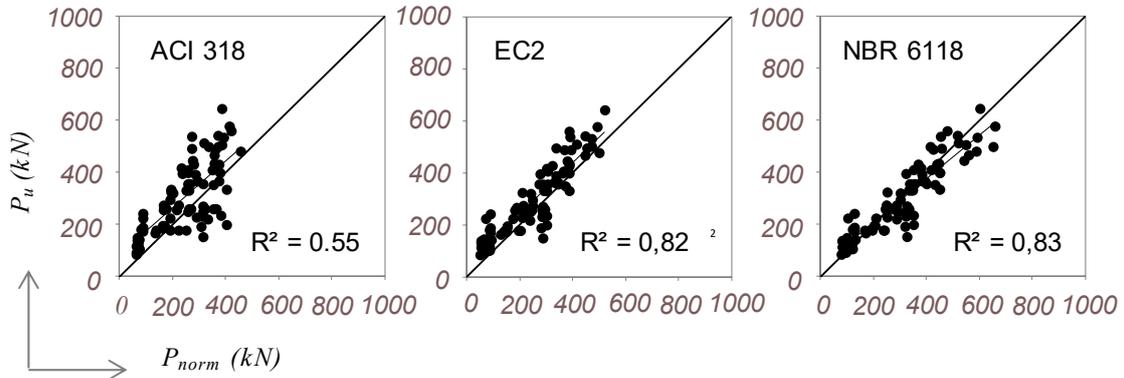


Figura 4.2 – Comparação dos R^2 entre os resultados experimentais e teóricos

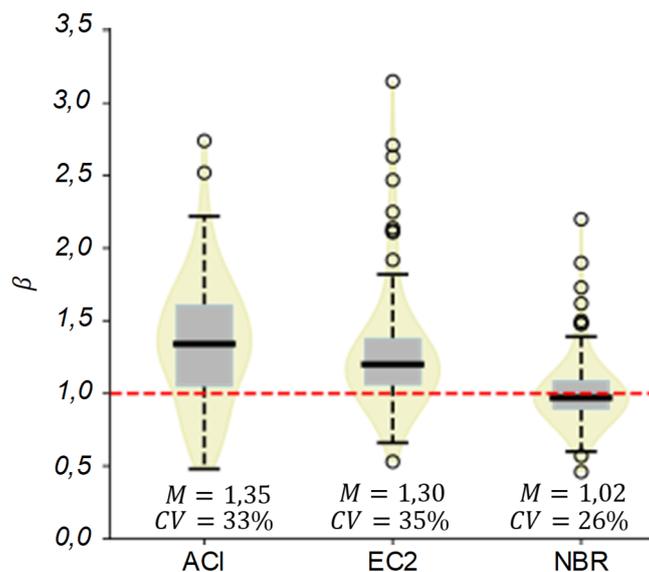


Figura 4.3 – Comparação geral dos resultados entre as normas de acordo com o critério de avaliação

Tabela 4.2 – Critério de avaliação de coeficiente de segurança (COLLINS, 2001)

β	Classificação	Penalidade
< 0,50	Extremamente perigosa	10
[0,50 – 0,85[Perigosa	5
[0,85 – 1,15[Segurança apropriada	0
[1,15 – 2,00[Conservadora	1
$\geq 2,00$	Extremamente conservadora	2

A Tabela 4.3 apresenta os resultados de avaliação de segurança. Pode-se notar uma penalidade maior de 152 e média de 1,35 para a ACI 318 (ACI, 2019). A menor penalidade foi com o EC2 (CEN, 2010) de 83, portanto com maior desvio padrão e coeficiente de variação. Segundo o mesmo critério de avaliação de COLLINS (2001), a NBR 6118 (ABNT, 2014) mostrou-se menos conservadora, ou seja, menos previsível à flexão, (Figura 4.4).

Tabela 4.3 – Resultados de avaliação de segurança de acordo ao critério de demérito

$\beta = P_u/P_{norm}$	Penalidade	ACI 318	EC2	NBR 6118
< 0,50	10	2	0	1
[0,50 – 0,85[5	13	5	19
[0,85 – 1,15[0	12	34	51
[1,15 – 2,00[1	57	42	17
$\geq 2,00$	2	5	8	1
Total Penalidade		152	83	124
Média		1,35	1,30	1,02
Desvio Padrão		0,44	0,45	0,27
Coeficiente de variação		33%	35%	26%

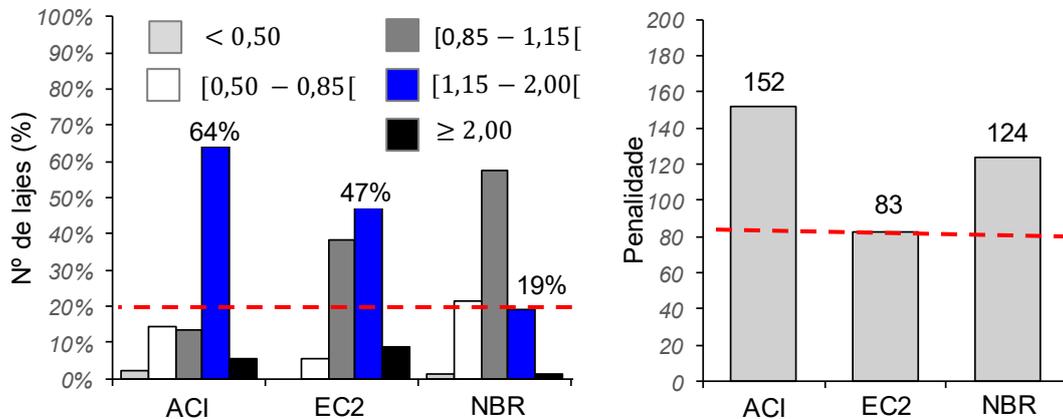


Figura 4.4 – Comparação com as normas de acordo com o critério de avaliação

4.4. Comparação dos resultados com os parâmetros

As figuras 4.5, 4.6 e 4.7 mostram as dispersões da relação $\beta = P_u/P_{norm}$ com os parâmetros de análise, altura da laje, altura efetiva, largura do pilar e a taxa geométrica de armadura longitudinal. Em geral todos os modelos apresentam certos níveis de segurança, a exceção da NBR 6118 (ABNT, 2014), em que o menor valor paramétrico resulta em maior nível de conservadorismo. As menores dispersões em largura do

pilar ($c < 100$ mm) e da taxa de armadura ($\rho > 2,5\%$) estão relacionadas ao menor número de amostragens.

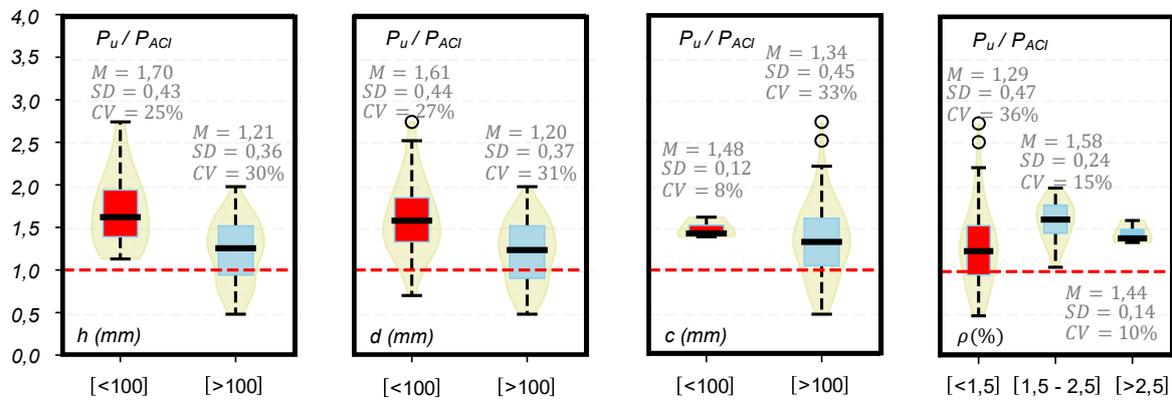


Figura 4.5 – Comparações da relação P_u/P_{ACI}

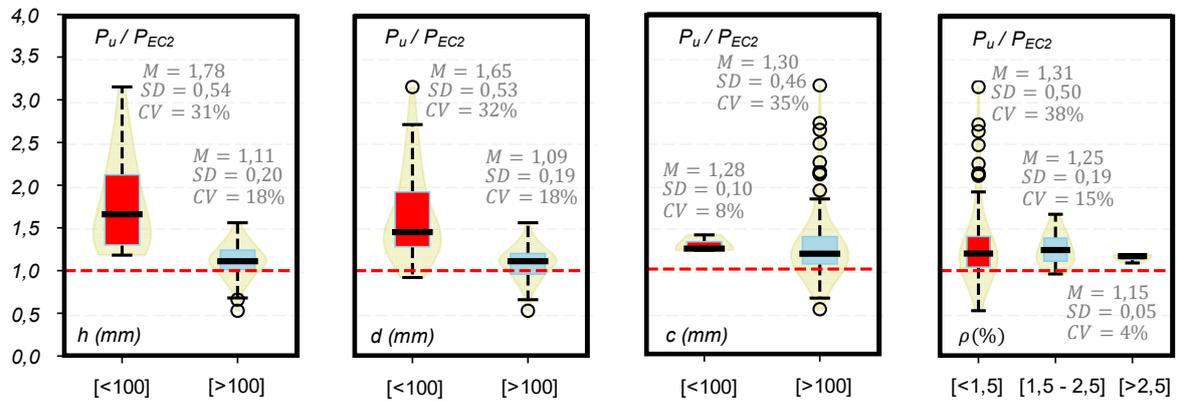


Figura 4.6 – Comparações da relação P_u/P_{EC2}

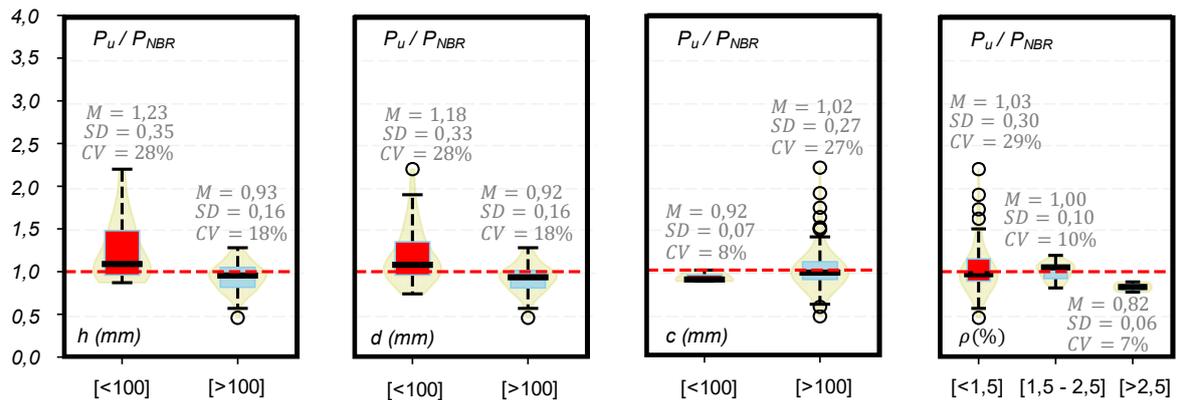


Figura 4.7 – Comparações da relação P_u/P_{NBR}

4.5. Avaliação da variabilidade dos parâmetros analisados

4.5.1. Taxa de armadura (ρ)

A Figura 4.8 mostra as variações dos resultados analíticos em relação a taxa de armadura de flexão. A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentou uma correlação de 41% em relação aos resultados experimentais, enquanto a ACI 318 (ACI, 2019) praticamente não teve variação dos resultados em relação a taxa de armadura. Isto se justifica pela negligência na sua formulação da resistência de punção sem armadura de cisalhamento. As figuras 4.9, 4.10 e 4.11 mostram as variações da taxa geométrica de armadura na correlação dos resultados experimentais e analítico. Observa-se uma grande dispersão dos resultados em taxas menores, em até 1,5%, demonstrando assim uma forte influência nos resultados.

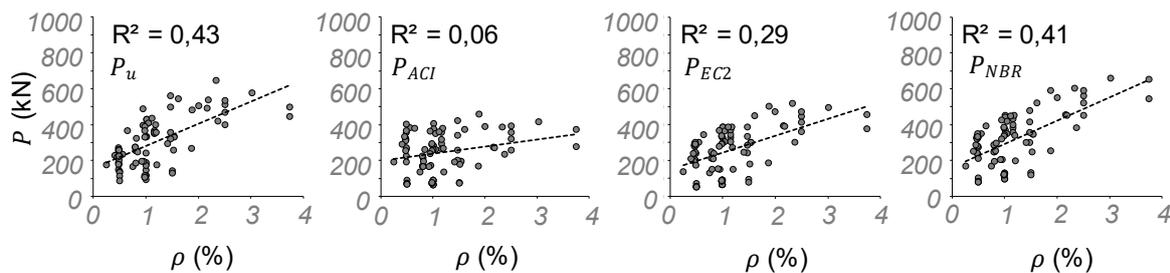


Figura 4.8 – Influência da taxa de armadura em relação as resistências últimas

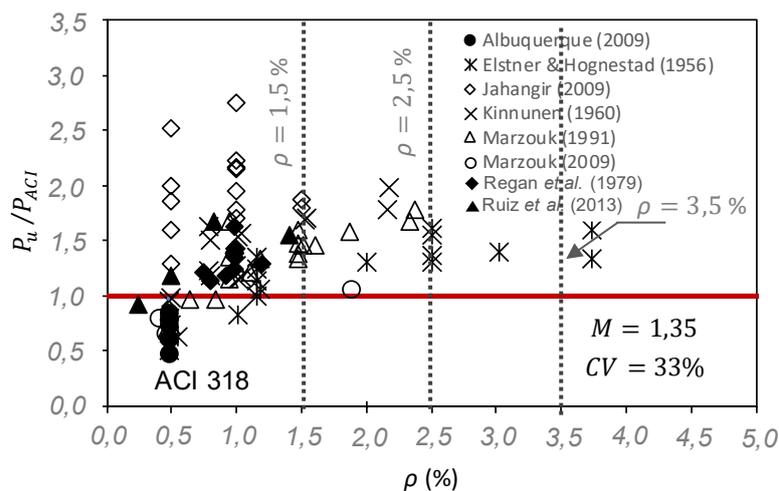


Figura 4.9 – Influência da taxa de armadura na relação P_u/P_{ACI}

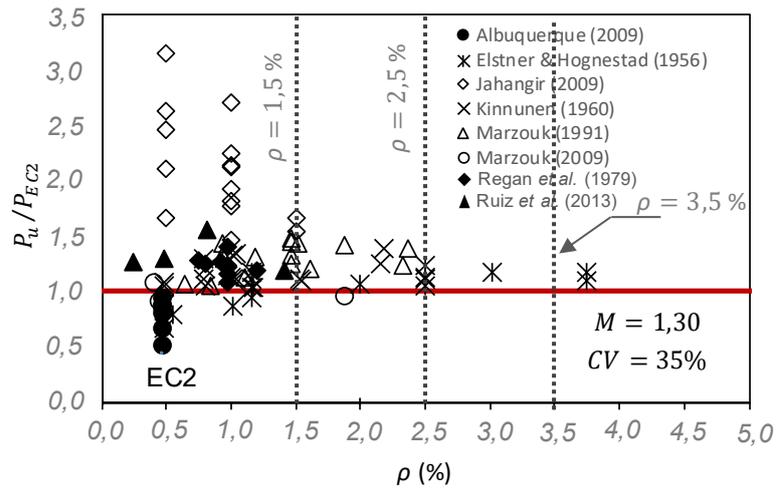


Figura 4.10 – Influência da taxa de armadura na relação P_u/P_{EC2}

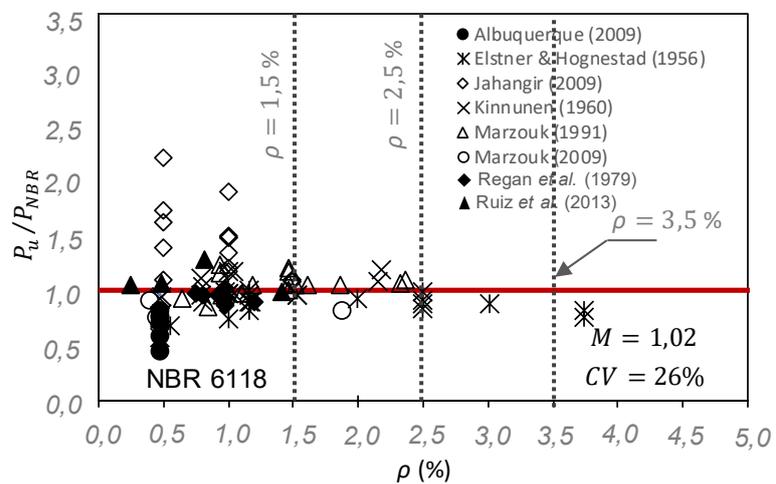


Figura 4.11 – Influência da taxa de armadura na relação P_u/P_{NBR}

4.5.2. Resistência à compressão (f_c)

Analisando a Figura 4.12 quanto a resistência à compressão do concreto, todos os modelos apresentaram a mesma tendência de dispersão, variando ligeiramente de 3% a 6%. As figuras 4.13 a 4.15 mostram a influência da resistência à compressão do concreto na correlação dos resultados experimentais e analíticos, observe-se que as normas tendem a apresentar o mesmo comportamento na dispersão dos resultados, superestimando a resistência à punção. Os modelos das lajes do JAHANGIR (2009) apresentaram altas níveis de dispersão por ter empregados altas resistências à compressão.

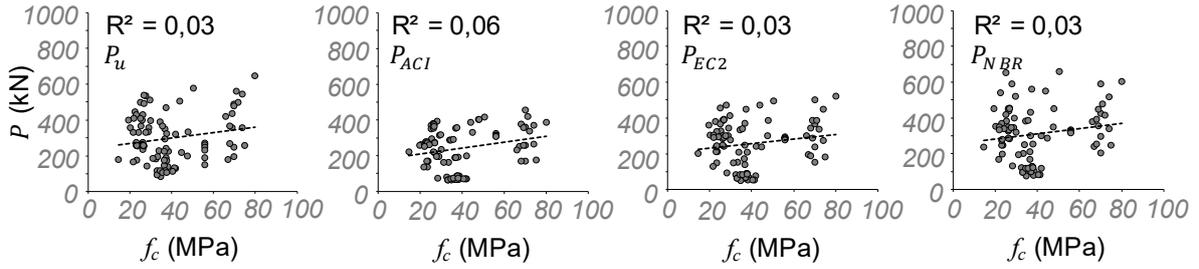


Figura 4.12 – Influência da resistência à compressão em relação as resistências últimas

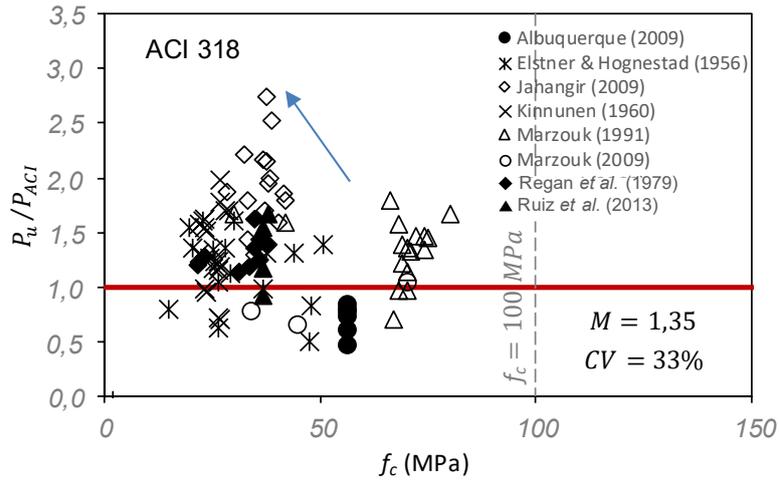


Figura 4.13 – Influência da resistência à compressão na relação P_u/P_{ACI}

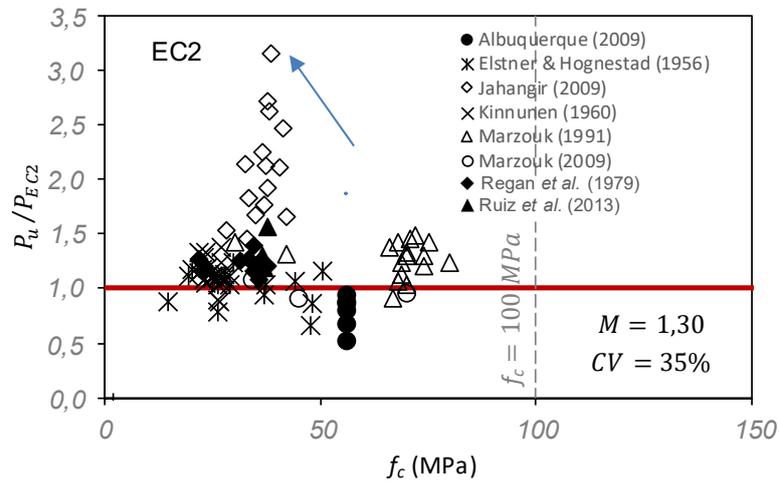


Figura 4.14 – Influência da resistência à compressão na relação P_u/P_{EC2}

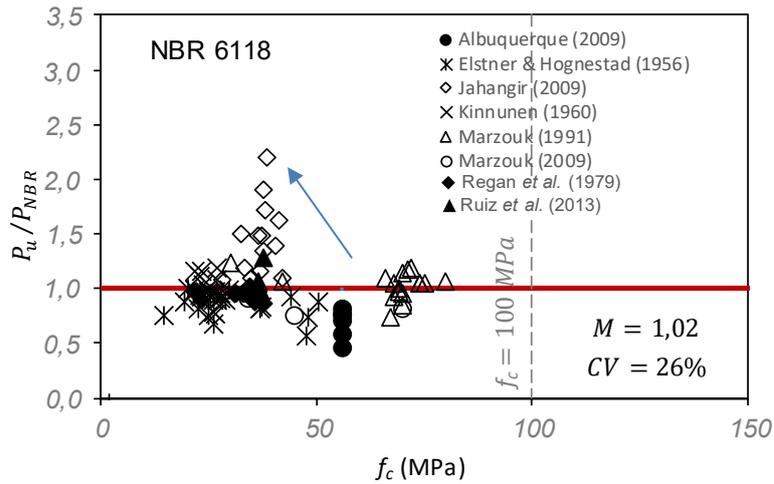


Figura 4.15 – Influência da resistência à compressão na relação P_u/P_{NBR}

4.5.3. Altura efetiva (d)

Foi constatado uma tendência crescente da resistência de punção com o aumento de altura efetiva das lajes. Todos modelos analíticos apresentaram correlações acima dos resultados experimentais. A ACI 318 (ACI, 2019) e o EC2 (CEN, 2010) giraram em entorno de 70% e a NBR 6118 (ABNT, 2014) de 39%, como se pode observar na Figura 4.16. Nas figuras 4.17, 4.18 e 4.19 verifica-se a redução das dispersões dos resultados em entorno da média com o aumento de altura efetiva ($d > 95$ mm). Por fim, menores valores de altura efetiva tendem a tornar os modelos mais conservadores.

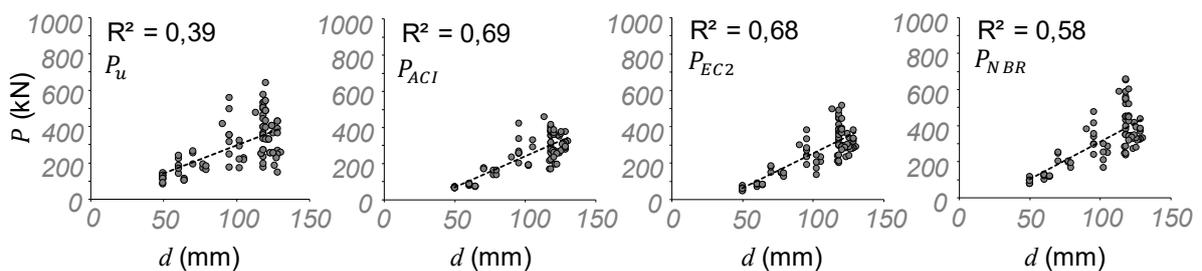


Figura 4.16 – Influência da altura efetiva em relação as resistências últimas

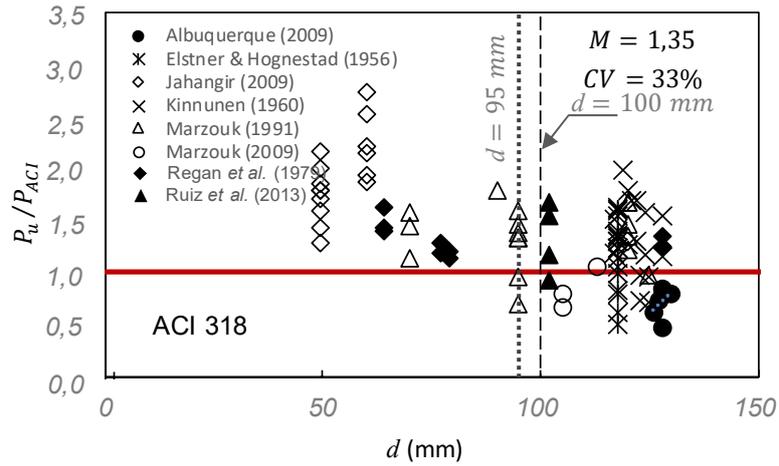


Figura 4.17 – Influência da altura efetiva na relação P_u/P_{ACI}

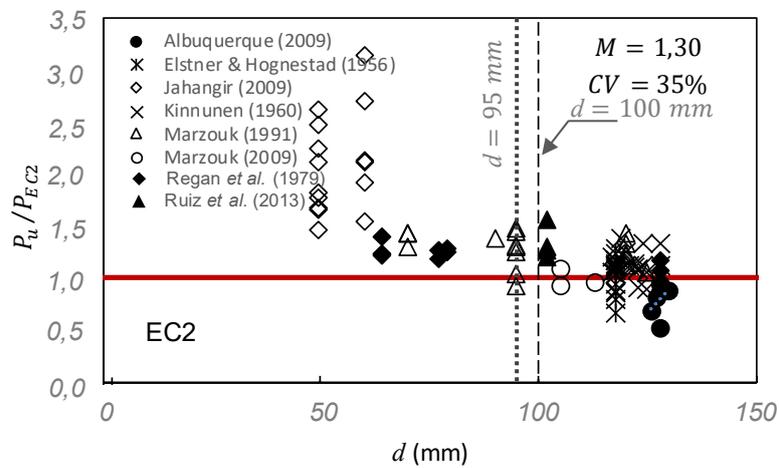


Figura 4.18 – Influência da altura efetiva na relação P_u/P_{EC2}

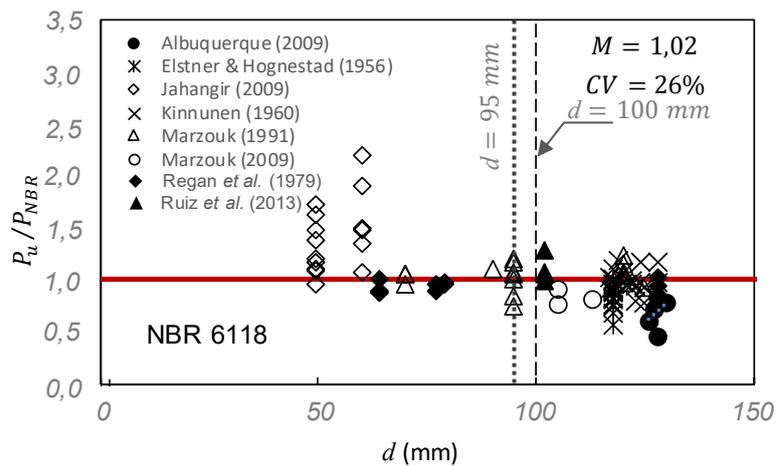


Figura 4.19 – Influência da altura efetiva na relação P_u/P_{NBR}

4.5.4. Dimensão do pilar (c)

As correlações das normas variaram de 38% a 47%, longe das variabilidades experimentais em relação à largura do pilar. 47% para a ACI 318 (ACI, 2014), 38% para o EC2 (CEN, 2010), e 41% para a NBR 6118 (ABNT, 6118), como percebidas na Figura 4.20. Porém, todos apresentaram a mesma tendência de aumento da resistência de punção com o aumento da largura do pilar. As figuras 4.21 a 4.23 mostram as dispersões da correlação dos resultados experimentais e analíticos em relação à dimensão do pilar.

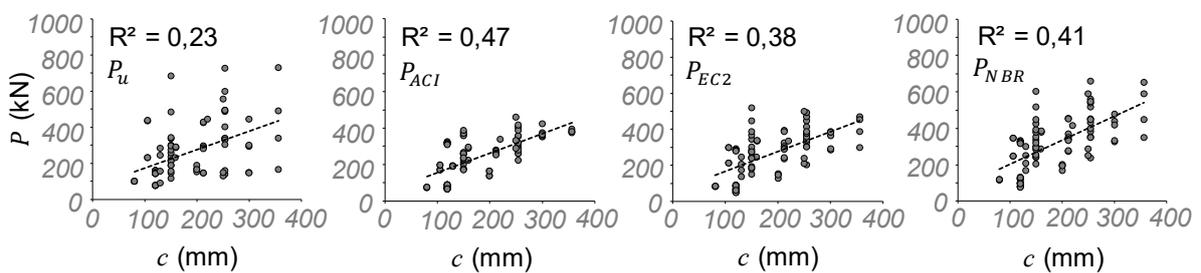


Figura 4.20 – Influência da dimensão do pilar em relação as resistências últimas

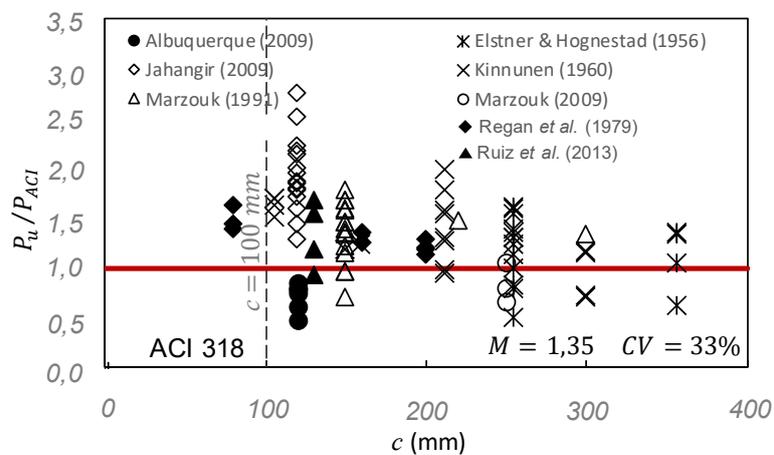


Figura 4.21 – Influência da dimensão do pilar na relação P_u/P_{ACI}

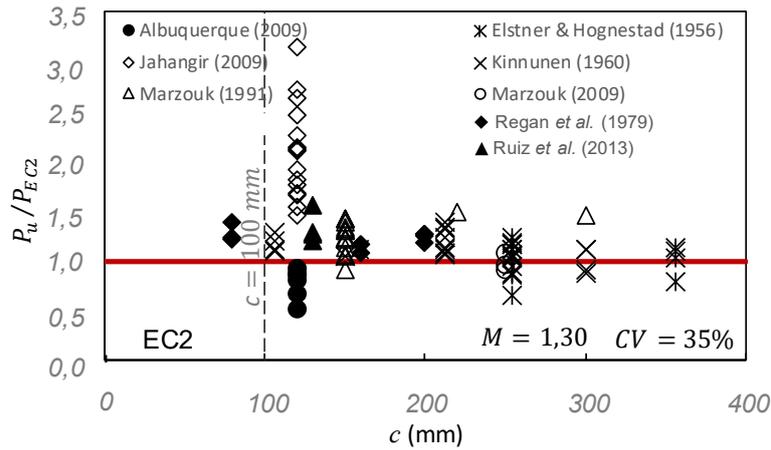


Figura 4.22 – Influência da dimensão do pilar na relação P_u/P_{EC2}

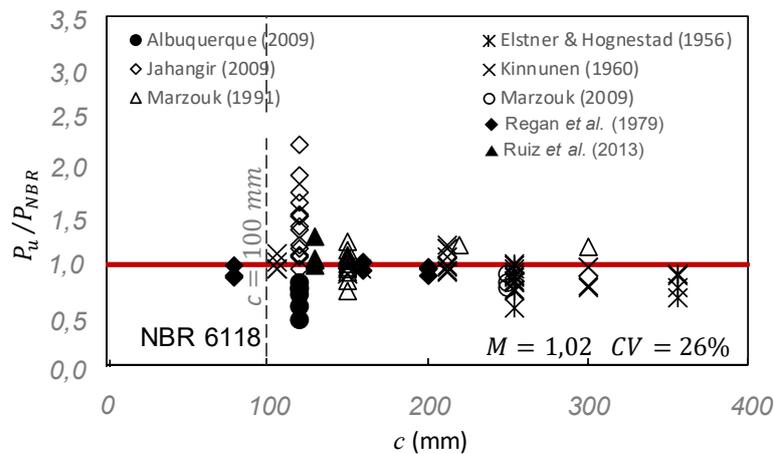


Figura 4.23 – Influência da dimensão do pilar na relação P_u/P_{NBR}

4.5.5. Altura da laje (h)

A tendência dos resultados em relação à altura das lajes teve um comportamento similar com a altura efetiva (d), aumento da resistência de punção com o aumento de altura das lajes (Figura 4.24) e tendência mais conservadora com menores valores de alturas. As figuras 4.25 a 4.27 mostram as dispersões da correlação dos resultados experimentais e teóricos em relação à altura das lajes.

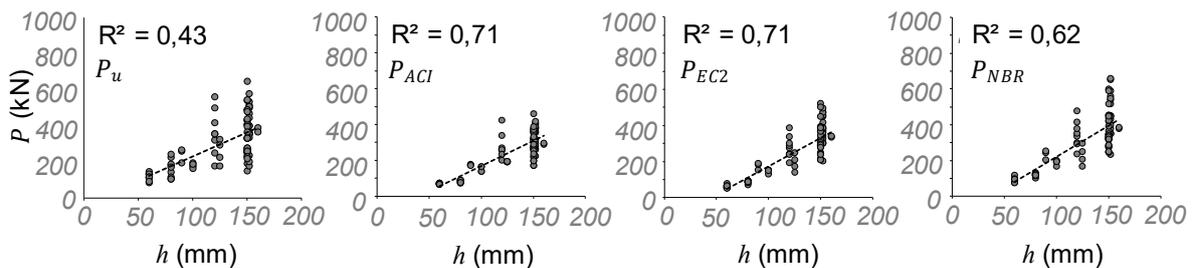


Figura 4.24 – Influência da altura da laje em relação as resistências últimas

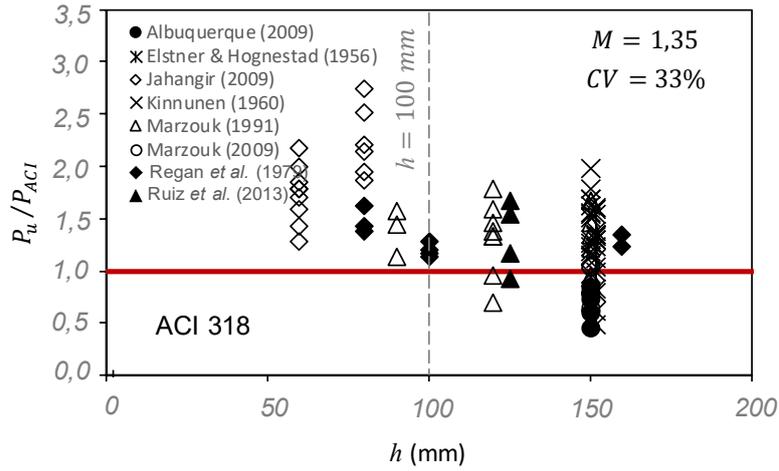


Figura 4.25 – Influência da altura da laje na relação P_u/P_{ACI}

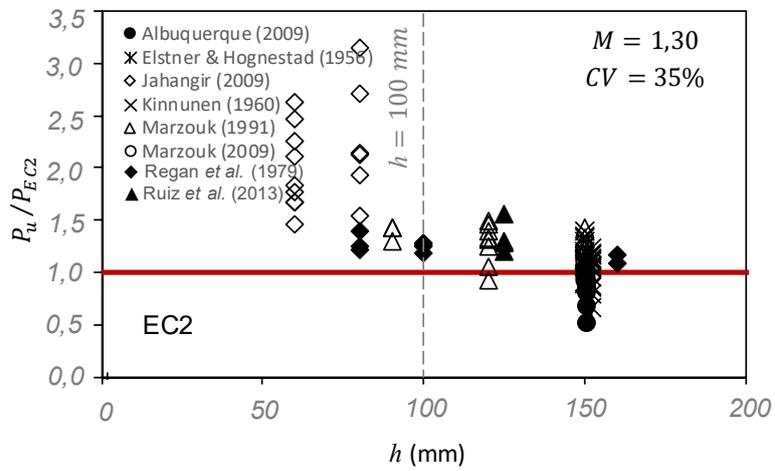


Figura 4.26 – Influência da altura da laje na relação P_u/P_{EC2}

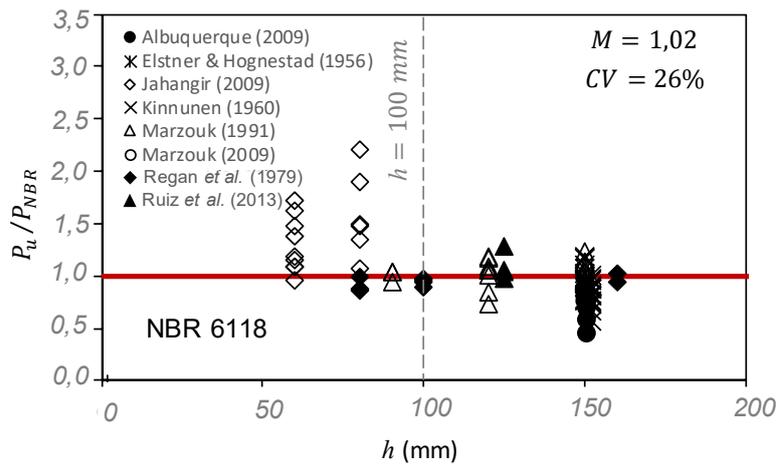


Figura 4.27 – Influência da altura da laje na relação P_u/P_{NBR}

4.6. Influência do índice de esbeltez da laje

A resistência à força cortante para estruturas sem amadura de cisalhamento é governada principalmente pelo escoamento de armadura longitudinal e pelo engrenamento do agregado (MUTTONI & RUIZ, 2008, SACRAMENTO *et al.*, 2018), com a suposição de que as fissuras de flexão podem se iniciar e se espalhar da face do pilar até o ponto de inflexão num raio de $0,22 \cdot L$, de acordo com a análise linear-elástica, em que L é o vão da laje entre pilares, fazendo com que as normas delimitem o perímetro crítico em função de altura efetiva.

Devido à transferência direta de parcela da carga em direção ao apoio por mecanismos de biela ou efeito de arco, alguns modelos permitem a redução da força cortante em estrutura com cargas aplicadas à uma distância de perímetro crítico $0,5 \leq a_v \leq 2d$. Embora esta seja uma prática comum nas análises de resistência à força cortante unidirecional em vigas e lajes, poucos são os estudos associados à esbeltez da laje, no caso de verificação da resistência à punção. Neste trabalho, é considerado como índice de esbeltez (i_s) a relação de proporcionalidade l/d (Figura 4.28).

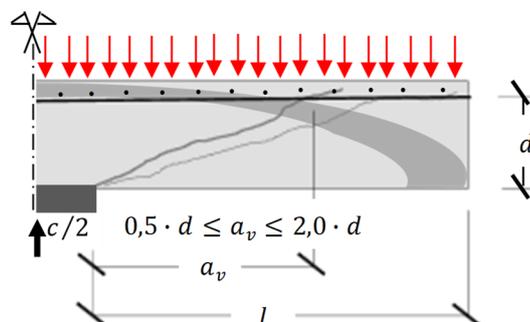


Figura 4.28 – Mecanismo do efeito de arco e limites das normas

A Tabela 4.4 apresenta o resumo de banco de dados filtrados e a Tabela 4.5 apresenta as expressões da redução da resistência à punção das normas, considerando os coeficientes relativos à esbeltez das lajes com efeito de arco para os valores i_s entre 6,50 e 8,40 e a taxa de armadura de 0,85 a 1,15%, omitindo a influência do tamanho de agregados. As figuras 4.29, 4.30 e 4.31 mostram o processo de desenvolvimento de cálculo, em que se observa tendências mais conservadoras com valores de i_s superiores a 8,40 e desfavoráveis com valores inferiores a 6,50. Assim, buscou-se definir as equações dentro dos limites estabelecidos e das

amostragens filtradas. Os resultados foram satisfatórios com desvio padrão em torno de 10%.

Tabela 4.4 – Banco de dados filtrados

Ref.	f_c [MPa]	d [mm]	c [mm]	ρ [%]	n^*
Elstner & Hognestad (1956)	20,3 – 36,8	118	254	1,16	4
Kinnunen & Nylander (1960)	21,8 – 24,2	120 - 128	212	0,98 – 1,04	4
Marzouk (1991)	30,0 – 74,0	95 - 120	150 - 300	0,94 – 1,47	8
Regan <i>et al.</i> (1979)	23,3 – 37,8	64 - 128	80 - 200	0,92 – 1,20	7
Ruiz <i>et al.</i> (2013)	36,8	102	130	1,41	1
Σ	20,3 – 74,0	64 - 128	80 - 300	0,92 – 1,47	24

n^* : número das lajes.

Tabela 4.5 – Resumo de expressões analíticas para as normas

Norma	Expressão proposta
ACI 318 (ACI, 2019)	$P_{ACI}^* = 0,96 \cdot P_{ACI} \cdot i_s^{1/6}$
EC2 (CEN, 2010)	$P_{EC2}^* = 0,62 \cdot P_{EC2} \cdot i_s^{1/3}$
NBR 6118 (ABNT, 2014)	$P_{NBR}^* = 1,57 \cdot P_{NBR} \cdot i_s^{1/4}$

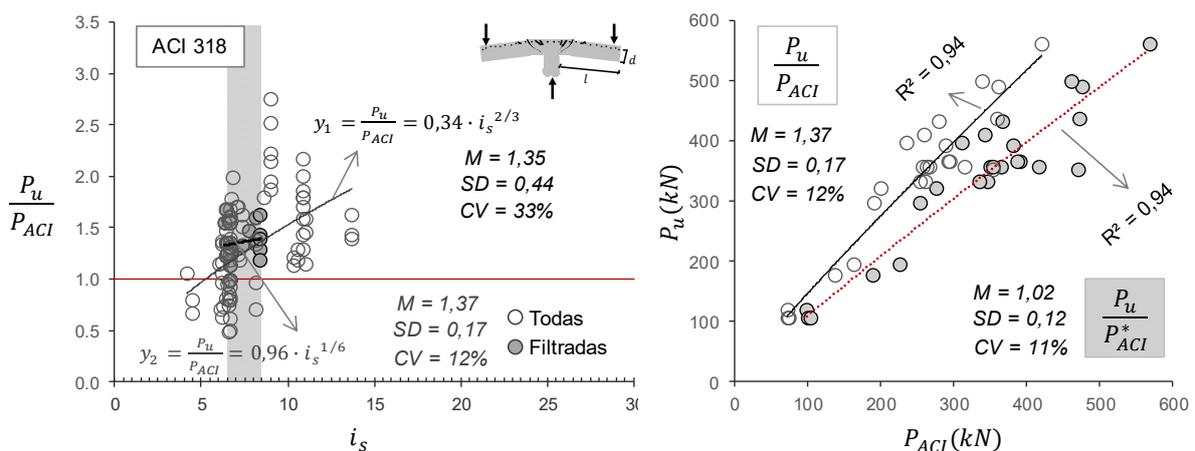


Figura 4.29 – Influência da esbelteza das lajes e correlação entre P_u/P_{ACI}

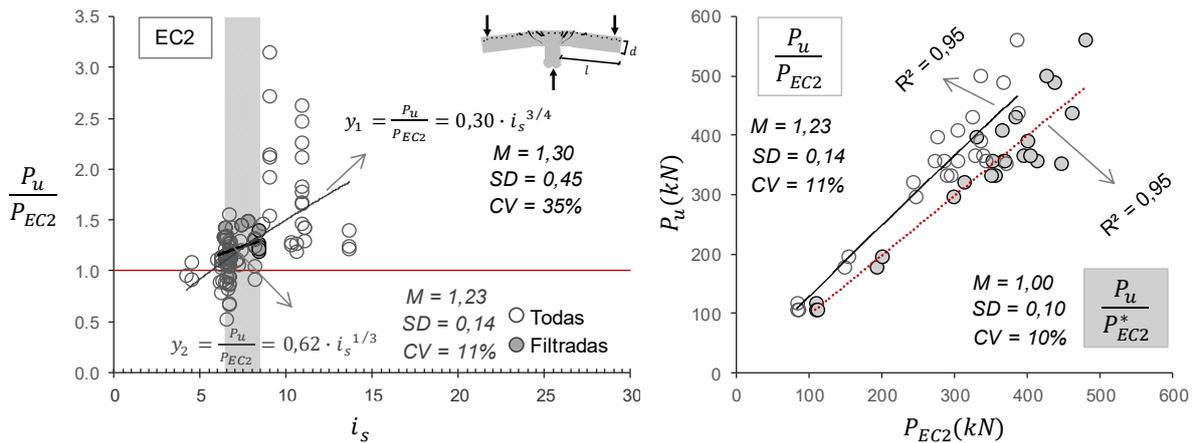


Figura 4.30 – Influência da esbeltez das lajes e correlação entre P_u/P_{EC2}

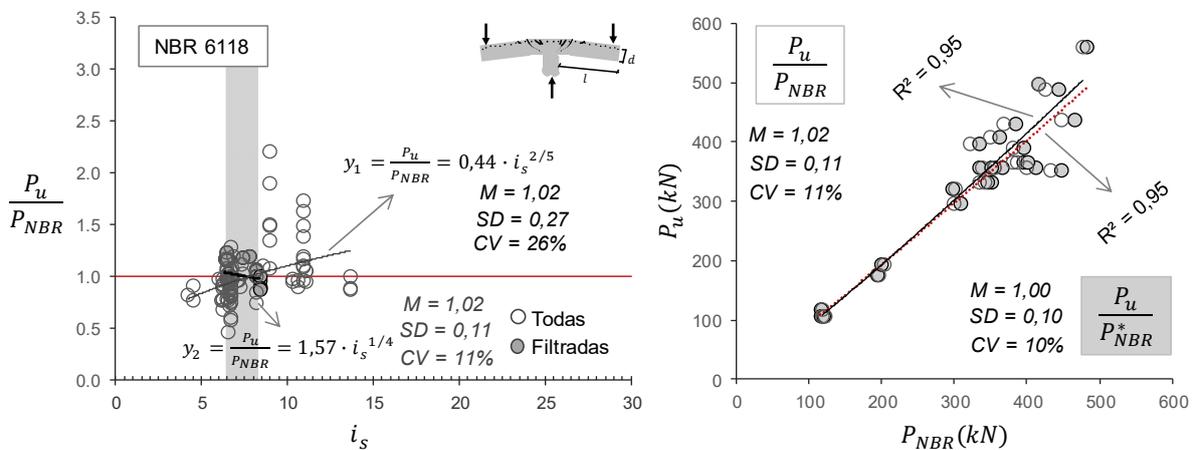


Figura 4.31 – Influência da esbeltez das lajes e correlação entre P_u/P_{NBR}

4.6.1. Validação

Para validação da proposta foi elaborado um banco de dados (Tabela 4.6) com os resultados experimentais do ELSTNER & HOGNESTAD (1956); GUANDALINI (2009); INÁCIO *et al.* (2015); KINNUNEN & NYLANDER (1960); MARZOUK (1991); MOE (1961); RUIZ *et al.* (2013); RAMDANE (1996); RAMOS (2011); REGAN *et al.* (1979); SAGASETA (2011); TOMASZEWICZ (1993), respeitando o limite do intervalo de esbeltez (i_s) e da taxa de armadura longitudinal (ρ) em lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento, a exceção de algumas lajes da série do REGAN (1979), onde houve um reajuste ao limite do valor máximo ($i_s = 8,40$) para as lajes que tiveram a altura efetiva $d < 95 \text{ mm}$ e da série do SAGASETA (2011) que

estiveram altos valores de i_s e da resistência da compressão do concreto. Essa baixa variabilidade é importante numa análise estatística.

Conforme os resultados da Tabela 4.7 de avaliação de segurança por critério de COLLINS (2001), pode-se notar claramente reduções consideráveis de penalidades em todos os modelos, de 39 para 10 com a ACI 318 (ACI, 2019), de 28 para 4 com o EC2 (CEN, 2010) e de 15 para 10 com a NBR 6118 (ABNT, 6118), devido as reduções de dispersões da média e desvio padrão como pode ser observadas nas figuras 4.32, 4.33 e 4.34 com gráficos *boxplot* e distribuições normais. O EC2 (CEN, 2010) teve menor coeficiente de variação, 9% enquanto a ACI 318 (ACI, 2019) e a NBR 6118 (ABNT, 2014) tiveram 10% do CV. Nota-se que o fato de R^2 se manter constante demonstra que a redução da parcela de esbeltez foi satisfatória na afinação das previsões de resistência à punção dos modelos analíticos. O aumento da resistência de punção de cálculo para o concreto de alto desempenho e o $i_s < 6,50$ foi comprovado na série das três lajes do SAGASETA (2011).

Tabela 4.6 – Banco de dados para validação

Ref.	f_c [MPa]	f_y [MPa]	L [mm]	h [mm]	d [mm]	c [mm]	ρ [%]	i_s	P_u [kN]
A-1b _[1]	25,40	332	1828	152	118	254	1,16	6,67	365
A-1c _[1]	29,00	332	1828	152	118	254	1,16	6,67	356
A-1d _[1]	36,80	332	1828	152	118	254	1,16	6,67	351
A-1e _[1]	20,30	332	1828	152	118	254	1,16	6,67	356
PG-1 _[2]	27,60	573	3000	250	210	260	1,50	6,52	1023
PG-6 _[2]	34,70	526	1500	125	96	130	1,50	7,14	236
SNSC _[3]	35,90	532	1650	125	101	200	1,25	7,18	310
IA30a-24 _[4]	23,20	456	1840	150	128	212	1,01	6,36	430
IA30a-25 _[4]	21,90	451	1840	150	124	212	1,04	6,56	408
IA30a-34 _[4]	24,20	461	1840	150	120	212	1,00	6,78	331
IA30a-35 _[4]	21,80	459	1840	150	122	212	0,98	6,67	331
NS1 _[5]	42,00	490	1700	120	95	150	1,47	8,16	320
HS7 _[5]	74,00	490	1700	120	95	150	1,19	8,16	356
HS3 _[5]	69,00	490	1700	120	95	150	1,47	8,16	356
NS2 _[5]	30,00	490	1700	150	120	150	0,94	6,46	396
HS6 _[5]	70,00	490	1700	150	120	150	0,94	6,46	489
HS8 _[5]	69,00	490	1700	150	120	150	1,11	6,46	436
HS14 _[5]	72,00	490	1700	120	95	220	1,47	7,79	498
HS15 _[5]	71,00	490	1700	120	95	300	1,47	7,37	560
S1-60 _[6]	23,30	399	1829	152	114	254	1,10	6,91	389
S1-70 _[6]	24,50	483	1829	152	114	254	1,10	6,91	393
S5-60 _[6]	22,20	399	1829	152	114	203	1,10	7,13	343
S5-70 _[6]	23,00	483	1829	152	114	203	1,10	7,13	378
H1 _[6]	26,10	328	1829	152	114	254	1,10	6,91	372
M1A _[6]	20,80	481	1829	152	114	305	1,40	6,68	433
Slab-25 _[7]	41,10	650	1700	125	100	150	1,27	7,75	319
Slab-26 _[7]	47,00	650	1700	125	100	150	1,27	7,75	341
Slab-27 _[7]	42,10	650	1700	125	102	150	1,03	7,60	362
BD1 _[8]	52,80	530	1500	125	101	100	1,28	6,93	293
BD4 _[8]	46,00	530	1500	125	101	100	1,28	6,93	293
SS2 _[9]	23,30	500	1830	100	77*	200	1,20	8,40	176
SS4 _[9]	33,40	500	1830	100	77*	200	0,92	8,40	194
SS9 _[9]	34,50	485	1830	160	128	160	0,98	6,52	390
SS10 _[9]	35,70	485	1830	160	128	160	0,98	6,52	365
SS11 _[9]	34,50	480	1830	80	64*	80	0,98	8,40	117
SS12 _[9]	35,70	480	1830	80	64*	80	0,98	8,40	105
SS13 _[9]	37,80	480	1830	80	64*	80	0,98	8,40	105
PM-4 _[10]	36,80	601	1500	125	102	130	1,41	6,72	295
PT31 _[11]	66,30	540	3000	250	212	260	1,48	6,50	1433
Nd65-1-1 _[12]	64,30	500	3000	320	275	200	1,50	5,09*	2050
Nd95-1-1 _[12]	83,70	500	3000	320	275	200	1,37	5,09*	2250
Nd115-1-1 _[12]	112,00	500	3000	320	275	200	1,37	5,09*	2450

[1] ELSTNER & HOGNESTAD (1956); [2] GUANDALINI (2009); [3] INÁCIO *et al.* (2015); [4] KINNUNEN & NYLANDER (1960); [5] MARZOUK (1991); [6] MOE (1961); [7] RAMDANE (1996); [8] RAMOS (2011); [9] REGAN *et al.* (1979); [10] RUIZ *et al.* (2013); [11] SAGASETA (2011); [12] TOMASZEWICZ (1993)

Tabela 4.7 – Resultados de avaliação de segurança de acordo ao critério de demérito

$\beta = P_u/P_{norm}$	Penalidade	ACI 318	ACI*	EC2	EC2*	NBR 6118	NBR*
< 0,50	10	0	0	0	0	0	0
[0,50 – 0,85[5	0	0	0	0	1	1
[0,85 – 1,15[0	3	32	14	38	31	36
[1,15 – 2,00[1	39	10	28	4	10	5
$\geq 2,00$	2	0	0	0	0	0	0
Total Penalidade		39	10	28	4	15	10
Média		1,40	1,05	1,23	1,01	1,04	1,02
Desvio Padrão		0,15	0,11	0,13	0,09	0,11	0,10
Coefficiente de variação		11%	10%	11%	9%	11%	10%

(*): previsão com o índice de esbeltez

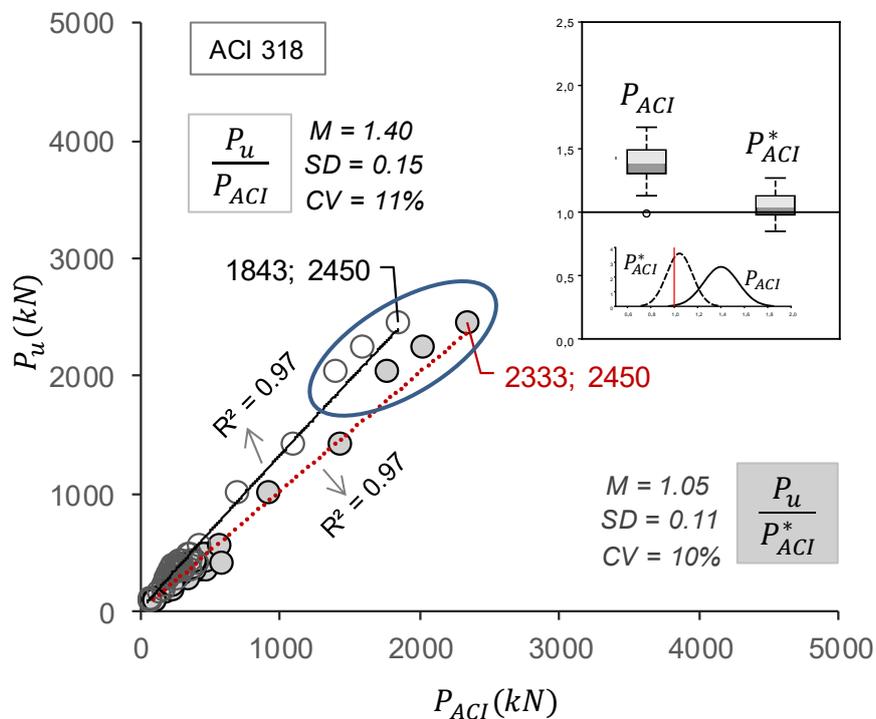


Figura 4.32 – Correlação entre P_u e P_{ACI}

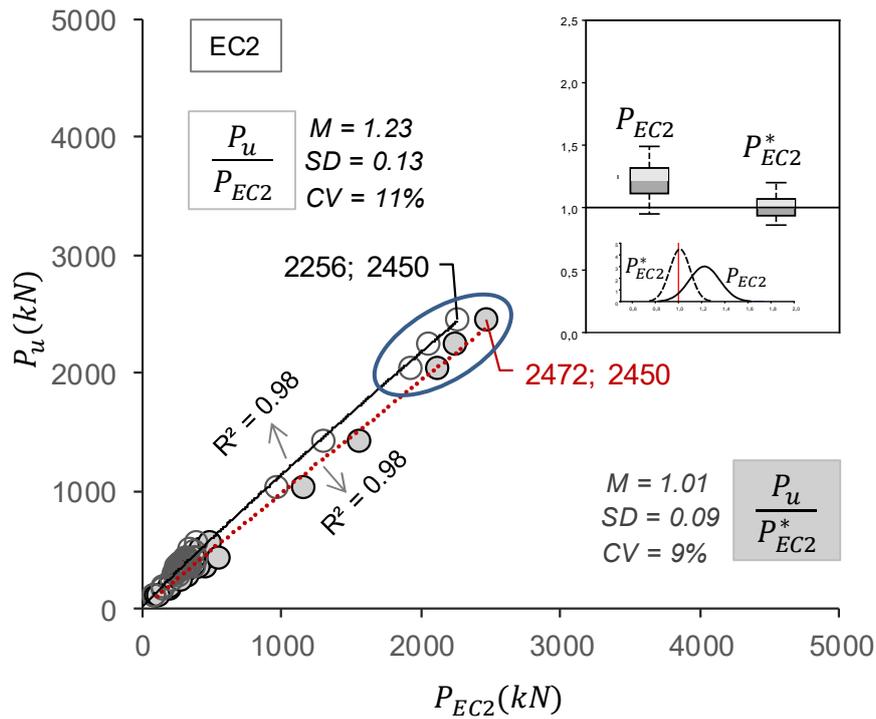


Figura 4.33 – Correlação entre P_u e P_{EC2}

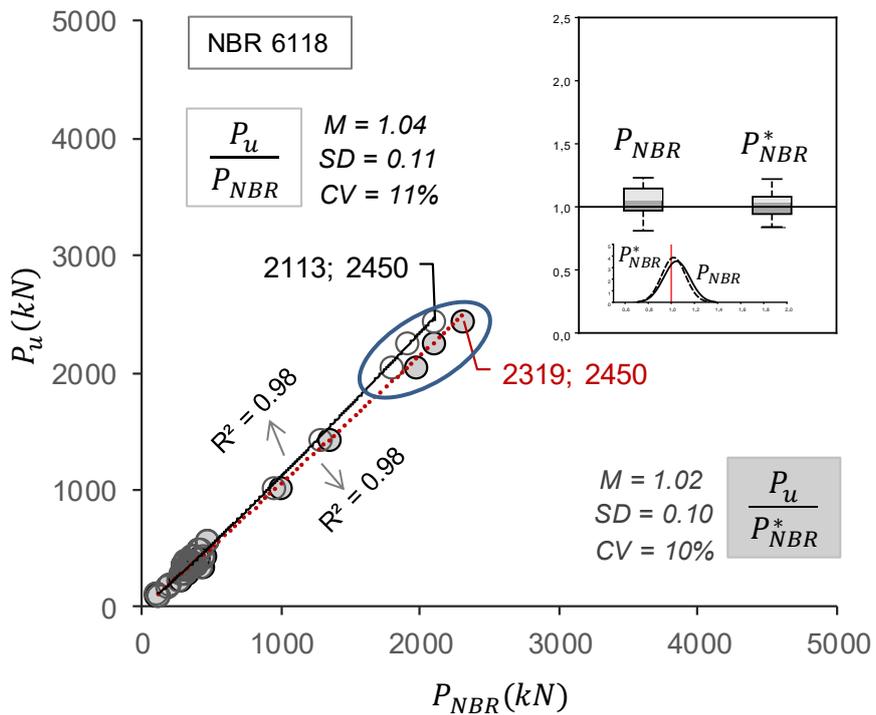


Figura 4.34 – Correlação entre P_u e P_{NBR}

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1. Conclusões

Com base de análises analíticas e interpretações dos resultados experimentais obtidos na literatura, as seguintes conclusões são apresentadas:

5.1.1. Resistência de cisalhamento do modelo

Foi notado que a resistência de cisalhamento máxima da viga faixa é um somatório de resistências cisalhantes das nervuras ligadas a ela no sentido unidirecional. Os resultados das previsões analíticas das normas foram exageradamente conservadores.

5.1.2. Modelagem computacionais

Não foi muito abordada neste trabalho, limitou-se as simulações computacionais que permitiram entender os mecanismos dos deslocamentos dos esforços cortantes ao longo do comprimento das lajes nervuradas com viga faixa na análise não linear com ABAQUS. Os resultados foram comparando com os modelos analíticos das normas, e foi constatado melhor correlação de aproximação com ACI 318 (ACI, 2019), corroborando com SILVA *et al.* (2020), com o coeficiente de variação de 8%. Enquanto que a comparação dos resultados da teoria de fissura crítica com as prescrições normativas (P_{norm}) tiveram baixa variabilidade de coeficiente de variação de 1% com o EC2 (CEN, 2010) e a NBR 6118 (ABNT, 2014). Também a análise linear com o SAP2000 permitiu elucidar melhor o comportamento da distribuição dos momentos da laje nervurada com viga faixa, demonstrando uma tendência de aumento dos momentos fletores na fronteira com a viga faixa.

5.1.3. Influência da taxa de armadura na resistência a flexão

O aumento da taxa de armadura influenciou na relação punção-flexão e cisalhamento-flexão como foi constatado por REGAN & BRAESTRUP (1985). O aumento da taxa tende a reduzir a rotação, aumentando a rigidez da estrutura de

concreto armado. Este comportamento gerou valores altos de cisalhamento comparando com a resistência à punção.

5.1.4. Influências geométricas do modelo

A escolha do modelo da laje nervurada com viga faixa favoreceu um melhor entendimento dos mecanismos da ruptura das lajes por flexão. Com objetivo de analisar a influência de armadura à flexão no comportamento da punção das lajes nervurada com viga faixa, os resultados foram satisfatórios. Foi possível, através da configuração das lajes nervuradas com vigas faixas, observar e comparar duas formulações de cálculo da resistência à flexão para chegar nos mesmos resultados.

Conclui-se que a teoria de fissura crítica proposta por MUTTONI (2008) e a teoria das linhas de ruptura são válidas para as lajes nervuradas com região maciça ou viga faixa no comportamento da flexão. Porém, é questionável em relação a variabilidade da taxa de armadura à flexão. Neste aspecto, limitou-se um intervalo da taxa geométrica para avaliação refinada da resistência ao puncionamento dos modelos analíticos.

5.1.5. Índice de esbeltez da laje

A consideração do índice de esbeltez (i_s) para as previsões da resistência de cálculo de punção nos modelos analíticos da ACI 318 (ACI, 2019), EC2 (CEN, 2010) e NBR 6118 (ABNT, 2014) no caso das lajes sem armadura de cisalhamento, influenciou bastante nos resultados e melhorou as previsões normativas, reduzindo o coeficiente de variação em até 9%.

Porém, este trabalho ofereceu condições de avaliação para as lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento com $i_s \in [6,50 - 8,40]$ e $\rho \in [0,85 - 1,50]$. Desta forma, mais estudos devem ser realizados a fim de proporcionar uma melhor compreensão a respeito de punção sob efeito de arco em lajes bidirecionais.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Algumas sugestões de estudos futuros envolvendo a influência da armadura de flexão na resistência de lajes nervuradas com viga faixa são apresentadas a seguir:

- Realizar estudos experimentais em painéis de lajes lisas nervuradas com viga faixa, sem viga faixa e com maciça plana com a mesma taxa de armadura à flexão e mesmo arranjo na distribuição;
- Realizar estudos experimentais em lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento do mesmo comprimento B ou L, alterando o tamanho do pilar, das series sem e com nervuras, para verificar a influência de esbeltez em dois modelos quanto a punção;
- Aprofundar a análise estatística com maior número de amostras para refinar ainda mais os índices de esbeltez.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDELSALAM, M. T. M. *Design of wide beam flooring systems*, A thesis submitted to Imperial College London for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) Department of Civil and Environmental Engineering Imperial College of Science, Technology and Science London, SW7 2AZ, United Kingdom, 2017. Site: <https://spiral.imperial.ac.uk/bitstream/10044/1/75078/1/Abdelsalam-M-2017- PhD-Thesis.pdf>
- ABDUL-WAHAB, H. M. S.; KHALIL, M. H. Rigidity and Strength of Orthotropic Reinforced Concrete Waffle Slabs, *Journal of Structural Engineering*, V. 126, 2000, pp. 219-227.
Doi: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%2907339445%282000%29126%3A2%28219%29>
- ALBUQUERQUE, N. G. B. Análise experimental de lajes lisas nervuradas de concreto armado com região maciça de geometria variável ao puncionamento, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará. Dissertação de Mestrado. Belém, 2009, 206p. Site: http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/7943/1/Dissertacao_AnaliseExperimentalLajes.pdf
- ACI 318. Building code requirements for structural concrete and Commentary, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.
- CEB-FIP. MODEL CODE 1990: *Final Draft*. Bulletin d'Information, n° 203-205, CEB, Lausanne, July 1991.
- CEB-FIP. MODEL CODE 2010: *Final Draft*, Bulletin N° 65, V.1., 2012, 350p.
- COLLINS, M. P. *Evaluation of shear design procedures for concrete structures*, A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.
- DIAS, R. H. *Análise Numérica de Pavimentos de Edifícios em Lajes Nervuradas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, 2003.

- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1990 - Eurocode 1: Basis of Structural Design, 2002.
- EUROCODE 2. *Design of Concrete Structures*, Part 1, General rules and rules for buildings, Brussels, Belgium, 2004.
- ELSTNER, R.C.; HOGNESTAD, E. *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs*, ACI Journal, V. 53, 1956, pp. 29-58.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (*fib*), Model Code 2010: *Final draft*, V. 1. *fib*, Bulletin 65, Lausanne, Switzerland, 2012, 350p.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (*fib*), Model Code 2010: *Final draft*, V. 2. *fib*, Bulletin 66, Lausanne, Switzerland, 2012, 370p.
- FUSCO, P. B. *Estruturas de Concreto: Solicitações Tangenciais*, São Paulo: PINI, 2008, 328p.
- GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. *Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in Abaqus*, Engineering Structures, Elsevier, V. 98, 2015, pp. 38-48.
- GOODCHILD, C. H.; WEBSTER, R. M.; ELLIOTT, K. S. *Economic Concrete Frame Elements to Eurocode 2*, The Concrete Centre, Camberley, UK, 2009, pp. 182.
- GUANDALINI, S. *Poinçonnement Symétrique des dalles en Béton Armé*, PhD thesis, Ecole Polytechnique de Lausanne, Switzerland, 2006, 257p.
- GUANDALINI, S.; BURDET, O. L.; MUTTONI, A. *Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios*, ACI Structural Journal, V.106, 2009, pp. 87-95. Doi: <http://dx.doi.org/10.14359/56287>.
- GUIDOTTI, R.; RUIZ, F. M.; MUTTONI, A. *Essais de poinçonnement de dalles en béton vibré et béton autocompactant avec différentes tailles maximales du granulat*; Rapport d'essais; cemsuisse 200703 - 08.02 - R01; EPFL – IIC – IBETON, Lausanne, 2010.
- HALLGREN, M. *Punching shear capacity of reinforced high strength concrete slabs*, Bulletin 23, Department of Structural Engineering, KTH, Stockholm, 1996.
- INÁCIO, M. M. G.; ALMEIDA, A. F. O.; FARIA, D. M. V.; LÚCIO, V. J. G.; RAMOS, A. P. *Punching of high strength concrete flat slabs without shear reinforcement*, Eng Struct, 2015; V.103, pp. 275-284.

- JAHANGIR, A. A. K. M.; AMANAT, K. M.; SERAJ, S. M. *An experimental study on punching shear behaviour of concrete slabs*, Advances in Structural Engineering, No. 2, 12, 2009, pp. 257-65.
- KADLEC, L.; CERVENKA, V. *Uncertainty of numerical models for punching resistance of rc slabs*. fib Symposium Copenhagen, Denmark, May 18-20, 2015.
- KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. *Punching of concrete slabs without shear reinforcement*, Transactions of the Royal Institute of Technology, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, pp. 112.
- LAU T, CLARK L. *Shear transfer between ribbed slab and internal column*, Magazine of Concrete Research, V. 59, No. 7, 2007, pp. 507-516. Doi: <https://doi.org/10.1680/macr.2007.59.7.507>
- LAU T, CLARK L. *Shear transfer between ribbed slab and edge column*, Magazine of Concrete Research, V. 60, No. 6, 2008, pp. 411-419.
- LESTUZZI, P.; BELMOUDEN, Y.; TRUEB, M. *Nonlinear seismic behaviour of structures with limited hysteretic energy dissipation capacity*. Bull Earthq Eng V. 5 No. 4, 2007, pp. 549-569
- LONG, A. E. *A two-phase approach to the prediction of the punching strength of slabs*. In Journal Proceedings, V. 72, 1975, pp. 37-45.
- MARZOUK, H. M.; HUSSEIN, A. *Experimental investigation on the behaviour of high strength concrete slabs*, ACI Structural Journal, V.88, No. 6, 1991, pp. 701-713.
- MARZOUK, H.; RIZK, E. *Punching analysis of reinforced concrete two-way slabs*, Research Report RCS01, Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, St, John's, Newfoundland, Canada, 2009.
- MOE, J. *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads*, Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, 1961, 129p.
- MORAES NETO, B. N. *Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico*, Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, 2013.

- MUTTONI, A. *Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, 2008, pp. 440-450.
- MUTTONI, A.; RUIZ, F. M. *Shear strength in one- and two-way slabs according to the Critical Shear Crack Theory*, Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhorst (eds) Taylor & Francis Group, London, 2008, ISBN 978-0-415-47535-8.
- MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J. *Behaviour of beams and punching in slabs without shear reinforcement*, IABSE Colloquium, V. 62, Zurich, Switzerland, 1991, pp. 703-708.
- NANA, W. S. A. *Etudes expérimentales et numériques du comportement des dalles épaisses en béton armé sous chargement de cisaillement et interaction cisaillement/effet de membrane : Application aux bâtiments nucléaires*. These de doctorat de l'universite de Lyon, 20/11/2017. Site : <http://theses.insa-lyon.fr/publication/2017LYSEI108/these.pdf>
- OLIVEIRA, D. R. C. *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares*, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Tese de Doutorado, Brasília, 2003, 214p.
- OLIVEIRA, D. R. C.; ALBUQUERQUE, N. G.; NAHUM, K. A. R. *Quantificação dos Esforços em Elementos de Barra e Placa de Lajes Nervuradas Bidirecionais de Concreto Armado apoiadas em Pilares Retangulares*, 50º Congresso Brasileiro do Concreto, Salvador-BA, IBRACON, 2008.
- OŽBOLT, J.; REINHARDT, H. W. *Three-dimensional finite element model for creep-cracking interaction of concrete*, In: Ulm, Bažant & Wittmann (Eds.), Proceedings of the sixth international conference CONCREEP-6@MIT, Cambridge, England, Elsevier, Amsterdam, 2001, pp. 221-228.
- RAMDANE, K. E. *Punching shear of high performance concrete slabs*, 4th International Symposium on the Utilization of High-strength/High-performance concrete, Paris, France, 1996, V. 29-31, No. 31, pp. 1015-1026.
- RAMOS, A. P.; LUCIO, V. J. G.; REGAN, P. E. *Punching of flat slabs with in-plane forces*, Engineering Structures, V.33, 2011, pp. 894-902.

- REGAN, P. E.; BRAESTRUP, M. W. *Punching shear in reinforced concrete*, Comité Européen du Béton, CEB-Bulletin d'information, No. 168, Lausanne, 1985, 232p.
- REGAN, P. *Symmetric punching of reinforced concrete slabs*, Magazine of Concrete Research, V.38, N° 136, 1986, pp. 115-128.
- REGAN, P. ; WALKER, P. ; ZAKARIA, K. *Tests of reinforced concrete flat slabs*, CIRIA Project No., RP 220, Polytechnic of Central London, 1979.
- RUIZ, F. M. ; MIRZAEI, Y. ; MUTTONI, A. *Post-Punching Behavior of Flat Slabs*, ACI Structural Journal, V. 110, USA, 2013, pp. 801-812.
- SACRAMENTO, P. V. P.; PICANÇO, M. S.; OLIVEIRA, D. R. C. *Lajes nervuradas de concreto armado com viga-faixa*, IBRACON Structures and Materials Journal, V. 11, No. 5, 2018, pp. 982-996. Doi: <http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952018000500005>
- SAGASETA, J.; MUTTONI, A.; RUIZ, F. M.; TASSINARI, L. *Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement*, Magazine of Concrete Research, V. 63, No. 6, 2011, pp. 441–457. Doi: <http://dx.doi.org/10.1680/mac.10.00098>
- SHURAIM, A. B. *Transverse stirrup configurations in RC wide shallow beams supported on narrow columns*, Journal of Structural Engineering. V. 138, No. 3, 2012, pp. 416-424. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST,1943-541X,0000408](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST,1943-541X,0000408)
- SILVA, R. J. C.; OLIVEIRA, D. R. C.; ALBUQUERQUE, N. G. B.; SILVA JÚNIOR, F. E. S.; SACRAMENTO, P. V. P. *Computational modeling of flat slabs: Influence of ribs and flexural reinforcement on shear strength*, Latin American Journal of Solids and Structures, V.17, No. 6, 2020, 16p.
- TAY, U. *Improved Design Methods for Reinforced Concrete Wide Beam Floors*, PhD thesis, Imperial College London, 2006. Site: <https://ethos.bl.uk/OrderDetails.do?uin=uk.bl.ethos.433208>
- TOMASZEWICZ, A. *High-Strength Concrete SP2 – Plates and Shells. Report 2.3 Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs*, Report No. STF70 A93082, SINTEF Structures and Concrete, Trondheim, 1993, 36p.

APÊNDICE A - NÍVEIS DE APROXIMAÇÃO DA CURVA CARGA-ROTAÇÃO

A determinação da rotação na relação entre a precisão de cálculo e a complexidade de cálculo pode se efetuar em quatro níveis de aproximação de acordo as recomendações do MC10 (2010), como ilustrada e mostrada na Figura A.1 e Tabela A.1 a seguir:

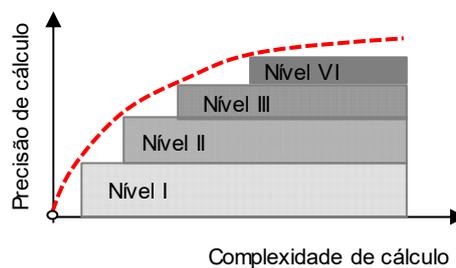


Figura A.1 – Níveis de aproximação entre a precisão e a complexidade de cálculo (MUTTONI, 2010)

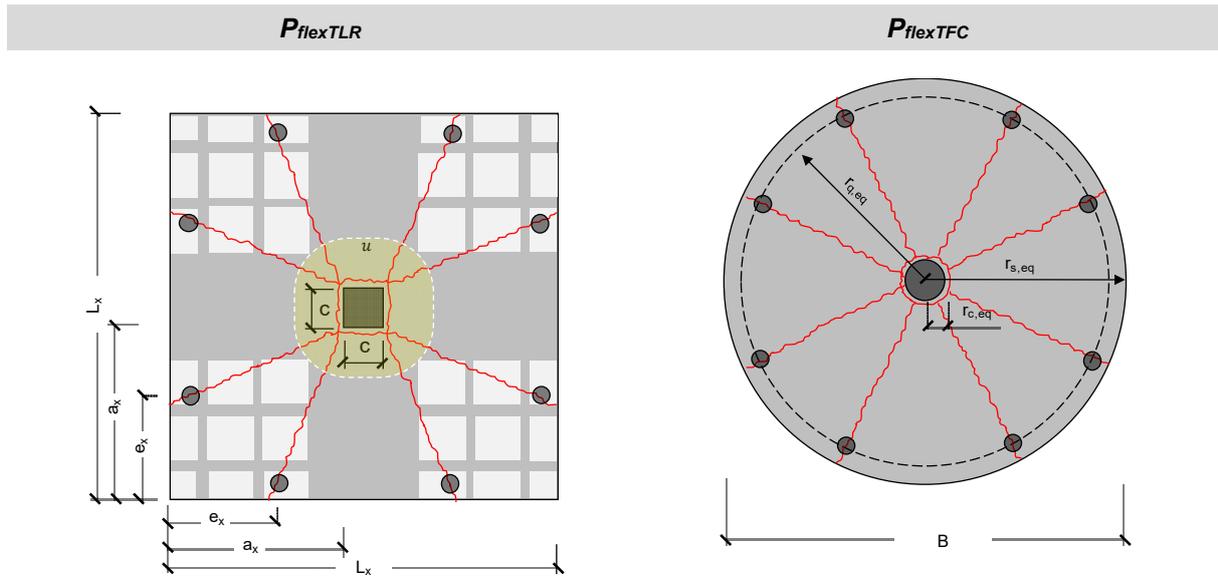
Tabela A.1 - Níveis de aproximação para o calculo da rotação de acordo o MC10 (2010)

Nível	Rotação	k_v	Recomendações
I	$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s \cdot f_y}{d \cdot E_s}$		Aproximação ou estimação rápida de pré-dimensionamento sem iterações
II	$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s \cdot f_y}{d \cdot E_s} \left(\frac{m_s}{m_R}\right)^{1,5}$	$k_v = \frac{180}{1000 + 1,25 \cdot z}$	Recomendado para o dimensionamento típico de nova estrutura, (de geometria e disposições de cargas relativamente simples)
III	$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s \cdot f_y}{d \cdot E_s} \left(\frac{m_s}{m_R}\right)^{1,5}$	$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500 \cdot \varepsilon_x} + \frac{1300}{1000 + k_{dg} \cdot z}$	Para os casos gerais que não pode ser tratadsos em nível 2
IV	Alta complexidade (MEF)		Para análise não-linear, de verificação de estruturas existentes que necessitam de alta grau de precisão.

APÊNDICE B - APLICAÇÃO DA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA

B.1. Exemplo de cálculo da resistência à flexão

Dados: $d = 130 \text{ mm}$; $c = 120 \text{ mm}$; $\rho = 0,50\%$; $f_y = 500 \text{ MPa}$; $f_c = 30 \text{ MPa}$



$$P_{flex_TLR} = 2 \cdot m_R \cdot \left[\frac{l_x}{a_x} + \frac{l_y}{a_y} - 2 \cdot \left(\frac{a_y}{a_x} \cdot f_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot f_y \right) \right]$$

$$P_{flex_TFC} = 2 \cdot \pi \cdot m_R \cdot \frac{r_{s,eq}}{r_q - r_c}$$

$$m_R = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2 \cdot f_c} \right)$$

(Unidade em mm)

(Unidade em m)

$$f_x = \frac{e_y}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \cdot \left(\frac{a_y}{e_y} - 1 \right)}{1 + \frac{e_x}{a_x} \cdot \left(\frac{a_y}{e_y} - 1 \right)}$$

$$f_y = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}$$

$$m_R = 0,005 \cdot 500 \cdot 130^2 \cdot \left(1 - 0,5 \cdot 0,005 \cdot \frac{500}{30} \right)$$

$$m_R = 40490 \text{ kN} \cdot \text{m/m}$$

1,074 valor parametrico de transformação da laje quadrada => para laje circular (MUTTONI, 2008)

$$r_{s,eq} = (1,8 \cdot 1,074) / 2 = 0,967 \text{ m}$$

$$r_{s,eq} = 0,967 \text{ m}$$

$$m_R = 0,005 \cdot 500 \cdot 0,130^2 \cdot \left(1 - 0,5 \cdot 0,005 \cdot \frac{500}{30} \right)$$

$$m_R = 0,0405 \text{ mN}$$

$$P_{flex_TFC} = 2 \cdot \pi \cdot 0,0405 \cdot \frac{0,967}{0,84 - 0,06}$$

$$P_{flex_TFC} = 0,315 \text{ mN}$$

$$P_{flex_TFC} = 315 \text{ kN}$$

$$f_x = \frac{360}{840} \cdot \frac{\frac{360}{840} \cdot \left(\frac{840}{360} - 1\right)}{1 + \frac{360}{840} \cdot \left(\frac{840}{360} - 1\right)} = 0,156$$

$$f_y = \frac{360}{840} \cdot \frac{\frac{360}{840} \cdot \left(\frac{840}{360} - 1\right)}{1 + \frac{360}{840} \cdot \left(\frac{840}{360} - 1\right)} = 0,156$$

$$P_{flex} = 2 \cdot 40490 \cdot \left[\frac{1800}{840} + \frac{1800}{840} - 2 \cdot \left(\frac{840}{840} \cdot 0,156 + \frac{840}{840} \cdot 0,156 \right) \right]$$

$$P_{flex} = 297 \text{ kN}$$

APÊNDICE C – EXPRESSÕES PARA MOMENTO-CURVATURA

Tabela C.1 - Valores paramétricos da equação 4L

Parâmetro	Expressão
Rigidez da laje não fissurada	$El_o = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$
Rigidez da laje fissurada (Elastico linear)	$El_1 = \rho \cdot E_s \cdot d \cdot \left(1 - \frac{c}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{c}{3 \cdot d}\right)$
A profundidade da zona da compressão	$c = \rho \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot d \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot E_c}{\rho \cdot E_s}} - 1\right)$
O momento de fissuração (Negligenciando o efeito das armaduras antes a fissuração)	$m_{cr} = \frac{f_{ct} \cdot h^2}{6}$ $X_{cr} = \frac{m_{cr}}{El_o}$
Resistência de flexão	$m_R = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2 \cdot f_c}\right)$
Aproximada da diminuição da curva provocada pela tensão (Considerada constante)	$X_{TS} = \frac{1}{6 \cdot h} \cdot \frac{f_{ct}}{\rho \cdot E_s}$
A curva ao início da fase da fissura estabilizada	$X_1 = \frac{m_{cr}}{El_1} - X_{TS}$ $X_y = \frac{m_R}{El_1} - X_{TS}$

APÊNDICE D - REFERÊNCIAS DO BANCO DE DADOS

Ref.	ID	f_c [MPa]	d [mm]	c [mm]	ρ [%]	P_u [kN]	$\frac{P_u}{P_{ACI}}$	$\frac{P_u}{P_{EC2}}$	$\frac{P_u}{P_{NBR}}$
RF ₁	L1	55,90	128	120	0,47	270	0,85	0,95	0,83
	L2	55,90	130	120	0,47	260	0,80	0,88	0,78
	L3	55,90	128	120	0,47	150	0,48	0,53	0,46
	L4	55,90	128	120	0,47	249	0,79	0,87	0,77
	L5	55,90	127	120	0,47	231	0,74	0,82	0,72
	L6	55,90	126	120	0,47	190	0,61	0,68	0,60
RF ₂	A-1b	25,40	118	254	1,16	365	1,24	1,11	0,96
	A-1c	29,00	118	254	1,16	356	1,13	1,04	0,89
	A-1d	36,80	118	254	1,16	351	0,99	0,95	0,81
	A-1e	20,30	118	254	1,16	356	1,35	1,17	1,01
	A-2b	19,50	118	254	2,50	400	1,55	1,11	0,89
	A-2c	37,40	118	254	2,50	467	1,30	1,04	0,83
	A-7b	29,70	118	254	2,50	512	1,61	1,24	0,99
	A-3b	22,60	118	254	3,74	445	1,60	1,18	0,82
	A-4	26,10	118	356	1,18	400	1,05	1,03	0,89
	A-5	27,80	118	356	2,50	534	1,36	1,13	0,90
	A-6	25,00	118	356	3,74	498	1,34	1,09	0,76
	A-13	26,20	118	356	0,55	236	0,62	0,79	0,67
	B-1	14,60	118	254	0,48	178	0,80	0,88	0,75
	B-2	47,60	118	254	0,48	200	0,50	0,66	0,57
B-4	47,60	118	254	1,01	334	0,82	0,86	0,74	
B-9	43,90	118	254	2,00	505	1,30	1,07	0,92	
B-14	50,50	118	254	3,02	578	1,39	1,17	0,88	
RF ₃	Slb1	38,51	60	120	0,50	255	2,52	3,15	2,20
	Slb2	37,52	60	120	1,00	242	2,74	2,71	1,90
	Slb3	28,19	60	120	1,50	143	1,87	1,54	1,08
	Slb4	38,24	50	120	0,50	138	1,99	2,63	1,73
	Slb5	36,60	50	120	1,00	147	2,17	2,25	1,48
	Slb6	41,95	50	120	1,50	130	1,79	1,66	1,09
	Slb7	32,45	60	120	1,00	182	2,22	2,14	1,50
	Slb8	41,30	50	120	0,50	133	1,85	2,47	1,62
	Slb9	33,14	50	120	1,00	115	1,79	1,82	1,20
	Slb10	37,45	60	120	1,00	189	2,14	2,12	1,48
	Slb11	40,43	50	120	0,50	113	1,59	2,11	1,39
	Slb12	37,04	50	120	1,00	116	1,70	1,77	1,16
	Slb13	37,72	60	120	1,00	172	1,94	1,92	1,35
	Slb14	34,71	50	120	0,50	85	1,29	1,67	1,10
	Slb15	33,03	50	120	1,00	92	1,43	1,46	0,96
RF ₄	5	26,80	117	150	0,80	255	1,18	1,05	0,90
	6	26,20	118	159	0,79	275	1,23	1,11	0,96
	24	26,40	128	300	1,01	430	1,15	1,11	0,98
	25	25,10	124	300	1,04	408	1,16	1,12	0,97
	32	26,30	123	300	0,49	258	0,73	0,91	0,79
	33	26,60	125	300	0,48	258	0,71	0,89	0,77
	IA15a5	23,60	117	106	0,80	255	1,51	1,20	1,03
	IA15a6	23,00	118	106	0,79	275	1,63	1,29	1,11
	IA15c11	28,80	121	106	1,53	333	1,69	1,11	0,96
	IA15c12	27,70	122	106	1,54	331	1,70	1,10	0,96
	IA30a24	23,20	128	212	1,01	430	1,54	1,33	1,17

Continuação

Ref.	ID	f_c [MPa]	d [mm]	c [mm]	ρ [%]	P_u [kN]	$\frac{P_u}{P_{ACI}}$	$\frac{P_u}{P_{EC2}}$	$\frac{P_u}{P_{NBR}}$
RF ₄	IA30a25	21,90	124	212	1,04	408	1,57	1,34	1,17
	IA30c30	26,80	120	212	2,16	490	1,78	1,24	1,07
	IA30c31	26,80	119	212	2,18	539	1,98	1,38	1,19
	IA30d32	23,10	123	212	0,49	258	0,98	1,08	0,94
	IA30a33	23,40	125	212	0,48	258	0,95	1,06	0,92
	IA30a34	24,20	120	212	1,00	331	1,27	1,12	0,97
	IA30a35	21,80	122	212	0,98	331	1,30	1,14	0,99
RF ₅	NS1	42,00	95	150	1,47	320	1,59	1,32	1,07
	HS1	67,00	95	150	0,47	178	0,70	0,92	0,74
	HS2	70,00	95	150	0,84	249	0,96	1,04	0,84
	HS7	74,00	95	150	1,19	356	1,33	1,30	1,05
	HS3	69,00	95	150	1,47	356	1,38	1,24	1,00
	NS4	66,00	90	150	2,37	418	1,79	1,38	1,10
	NS2	30,00	120	150	0,94	396	1,67	1,43	1,23
	HS5	68,00	125	150	0,64	365	0,97	1,06	0,93
	HS6	70,00	120	150	0,94	489	1,35	1,33	1,15
	HS8	69,00	120	150	1,11	436	1,22	1,13	0,97
	HS9	74,00	120	150	1,61	543	1,46	1,21	1,05
	HS10	80,00	120	150	2,33	645	1,67	1,24	1,07
	HS11	70,00	70	150	0,95	196	1,14	1,30	0,95
	HS12	75,00	70	150	1,52	258	1,45	1,43	1,05
	HS13	68,00	70	150	1,87	267	1,58	1,42	1,05
HS14	72,00	95	220	1,47	498	1,47	1,48	1,20	
HS15	71,00	95	300	1,47	560	1,33	1,45	1,17	
RF ₆	HSC5	70,00	113	250	1,88	480	1,05	0,96	0,81
	NSC3	34,00	105	250	0,40	228	0,79	1,09	0,91
	NS1	44,70	105	250	0,45	219	0,66	0,92	0,76
RF ₇	PM-1	36,60	102	130	0,25	176	0,92	1,27	1,05
	PM-2	36,50	102	130	0,49	224	1,18	1,29	1,07
	PM-3	37,80	102	130	0,82	324	1,67	1,56	1,28
	PM-4	36,80	102	130	1,41	295	1,54	1,20	0,99
RF ₈	SS2	23,30	77	200	1,20	176	1,28	1,18	0,90
	SS4	33,40	77	200	0,92	194	1,18	1,26	0,96
	SS6	21,70	79	200	0,75	165	1,21	1,28	0,97
	SS7	31,20	79	200	0,80	186	1,13	1,25	0,95
	SS9	34,50	128	160	0,98	390	1,35	1,16	1,02
	SS10	35,70	128	160	0,98	365	1,24	1,08	0,95
	SS11	34,50	64	80	0,98	117	1,62	1,40	1,00
	SS12	35,70	64	80	0,98	105	1,43	1,24	0,89
	SS13	37,80	64	80	0,98	105	1,39	1,22	0,87
Média							1,35	1,30	1,02
Desvio Padrão							0,44	0,45	0,27
Coefficiente de variação							0,33	0,35	0,26

Os índices de RF (Referencia) remete aos autores, 1: ALBUQUERQUE (2009), 2:ELSTNER & HOGNESTAD (1956), 3: JAHANGIR (2009), 4: KINNUNEN & NYLANDER (1960), 5: MARZOUK (1991), 6: MARZOUK (2009), 7: RUIZ *et al.* (2013), 8: REGAN *et al.* (1979).

APÊNDICE E – PERÍMETROS DE CONTROLE

Ref.	ID	f_c [MPa]	d [mm]	c [mm]	ρ [%]	$u_{0,5d}$ [mm]	u_{2d} [mm]
RF ₁	L1	55,90	128	120	0,47	992	2088.50
	L2	55,90	130	120	0,47	1000	2113.63
	L3	55,90	128	120	0,47	992	2088.50
	L4	55,90	128	120	0,47	992	2088.50
	L5	55,90	127	120	0,47	988	2075.93
	L6	55,90	126	120	0,47	984	2063.36
RF ₂	A-1b	25,40	118	254	1,16	1488	2498.83
	A-1c	29,00	118	254	1,16	1488	2498.83
	A-1d	36,80	118	254	1,16	1488	2498.83
	A-1e	20,30	118	254	1,16	1488	2498.83
	A-2b	19,50	118	254	2,50	1488	2498.83
	A-2c	37,40	118	254	2,50	1488	2498.83
	A-7b	29,70	118	254	2,50	1488	2498.83
	A-3b	22,60	118	254	3,74	1488	2498.83
	A-4	26,10	118	356	1,18	1896	2906.83
	A-5	27,80	118	356	2,50	1896	2906.83
	A-6	25,00	118	356	3,74	1896	2906.83
	A-13	26,20	118	356	0,55	1896	2906.83
	B-1	14,60	118	254	0,48	1488	2498.83
	B-2	47,60	118	254	0,48	1488	2498.83
B-4	47,60	118	254	1,01	1488	2498.83	
B-9	43,90	118	254	2,00	1488	2498.83	
B-14	50,50	118	254	3,02	1488	2498.83	
RF ₃	Slb1	38,51	60	120	0,50	720	1233.98
	Slb2	37,52	60	120	1,00	720	1233.98
	Slb3	28,19	60	120	1,50	720	1233.98
	Slb4	38,24	50	120	0,50	678	1102.04
	Slb5	36,60	50	120	1,00	678	1102.04
	Slb6	41,95	50	120	1,50	678	1102.04
	Slb7	32,45	60	120	1,00	720	1233.98
	Slb8	41,30	50	120	0,50	678	1102.04
	Slb9	33,14	50	120	1,00	678	1102.04
	Slb10	37,45	60	120	1,00	720	1233.98
	Slb11	40,43	50	120	0,50	678	1102.04
	Slb12	37,04	50	120	1,00	678	1102.04
	Slb13	37,72	60	120	1,00	720	1233.98
	Slb14	34,71	50	120	0,50	678	1102.04
	Slb15	33,03	50	120	1,00	678	1102.04
RF ₄	5	26,80	117	150	0,80	1068	2070.27
	6	26,20	118	159	0,79	1108	2118.83
	24	26,40	128	300	1,01	1712	2808.50
	25	25,10	124	300	1,04	1696	2758.23
	32	26,30	123	300	0,49	1692	2745.66
	33	26,60	125	300	0,48	1700	2770.80
	IA15a5	23,60	117	106	0,80	892	1894.27
	IA15a6	23,00	118	106	0,79	896	1906.83
	IA15c11	28,80	121	106	1,53	908	1944.53
	IA15c12	27,70	122	106	1,54	912	1957.10
IA30a24	23,20	128	212	1,01	1360	2456.50	

Continuação

Ref.	ID	f_c [MPa]	d [mm]	c [mm]	ρ [%]	$u_{0,5d}$ [mm]	u_{2d} [mm]
RF ₄	IA30a25	21,90	124	212	1,04	1344	2406.23
	IA30c30	26,80	120	212	2,16	1328	2355.96
	IA30c31	26,80	119	212	2,18	1324	2343.40
	IA30d32	23,10	123	212	0,49	1340	2393.66
	IA30a33	23,40	125	212	0,48	1348	2418.80
	IA30a34	24,20	120	212	1,00	1328	2355.96
	IA30a35	21,80	122	212	0,98	1336	2381.10
RF ₅	NS1	42,00	95	150	1,47	980	1793.81
	HS1	67,00	95	150	0,47	980	1793.81
	HS2	70,00	95	150	0,84	980	1793.81
	HS7	74,00	95	150	1,19	980	1793.81
	HS3	69,00	95	150	1,47	980	1793.81
	NS4	66,00	90	150	2,37	960	1730.97
	NS2	30,00	120	150	0,94	1080	2107.96
	HS5	68,00	125	150	0,64	1100	2170.80
	HS6	70,00	120	150	0,94	1080	2107.96
	HS8	69,00	120	150	1,11	1080	2107.96
	HS9	74,00	120	150	1,61	1080	2107.96
	HS10	80,00	120	150	2,33	1080	2107.96
	HS11	70,00	70	150	0,95	880	1479.65
	HS12	75,00	70	150	1,52	880	1479.65
	HS13	68,00	70	150	1,87	880	1479.65
HS14	72,00	95	220	1,47	1260	2073.81	
HS15	71,00	95	300	1,47	1580	2393.81	
RF ₆	HSC5	70,00	113	250	1,88	1452	2420.00
	NSC3	34,00	105	250	0,40	1420	2319.47
	NS1	44,70	105	250	0,45	1420	2319.47
RF ₇	PM-1	36,60	102	130	0,25	928	1801.77
	PM-2	36,50	102	130	0,49	928	1801.77
	PM-3	37,80	102	130	0,82	928	1801.77
	PM-4	36,80	102	130	1,41	928	1801.77
RF ₈	SS2	23,30	77	200	1,20	1108	1767.61
	SS4	33,40	77	200	0,92	1108	1767.61
	SS6	21,70	79	200	0,75	1116	1792.74
	SS7	31,20	79	200	0,80	1116	1792.74
	SS9	34,50	128	160	0,98	1152	2248.50
	SS10	35,70	128	160	0,98	1152	2248.50
	SS11	34,50	64	80	0,98	576	1124.25
	SS12	35,70	64	80	0,98	576	1124.25
SS13	37,80	64	80	0,98	576	1124.25	

Os índices de RF (referencia) remete aos autores, 1: ALBUQUERQUE (2009), 2:ELSTNER & HOGNESTAD (1956), 3: JAHANGIR (2009), 4: KINNUNEN & NYLANDER (1960), 5: MARZOUK (1991), 6: MARZOUK (2009), 7: RUIZ *et al.* (2013), 8: REGAN *et al.* (1979).